



ESPAD Nivel II

## Ámbito Científico Tecnológico

### Contenidos

### La vida es movimiento: Los movimientos... más fáciles (e importantes)

Ya que conoces las herramientas que los científicos emplean para estudiar el movimiento, es el momento de empezar a **estudiar algunos movimientos especialmente importantes**.

Hay movimientos sencillitos, sencillitos...



Animación en [pixabay](#) de [Cover Free Footage](#) con [Licencia CC0](#)



Animación en [pixabay](#) de [Petel.info](#) con [Licencia CC0](#)

Hay movimientos más complicados...



Animación en [pixabay](#) de [Opil](#) con [Licencia CC0](#)



Aninación en [pixabay](#) de [Cover Free Footage](#) con [Licencia CC0](#)

Y hay otros muy, muy complicados...



Animación en [pixabay](#) de [u4d](#) con [Licencia CC0](#)

**Pero todos, absolutamente todos, se pueden describir usando la magnitudes que has estudiado en el tema anterior.** Claro que... no en todos los casos resulta igual de fácil hacerlo.

No te preocupes: solo vas a estudiar los más sencillitos.

## Actividad de lectura

Fiti ha pasado a recoger, con la furgoneta que ha alquilado para la mudanza, a Iñaki.

Los dos se dirigen a la antigua casa de Fiti, situada en un pueblo, a unos 20 km de su nuevo piso en la ciudad.

Para salir de la ciudad se encuentran con bastante tráfico, así que tienen que frenar y acelerar continuamente. Sin embargo, cuando entran en la autopista, hay pocos coches, y se conduce mucho mejor. Fiti pisa el acelerador hasta llegar a la velocidad máxima permitida. Como los dos amigos van charlando tranquilamente, Fiti decide activar el "control de crucero", para mantener la velocidad constante a 120 km/h y no tener que preocuparse de exceder la máxima permitida. ¡La carretera es tan recta que es fácil despistarse y pisar el acelerador más de la cuenta!



Imagen en Wikimedia commons de [Santeri Viinamäki](#). Licencia [cc](#)

El coche en la autopista se ha movido de dos maneras diferentes. Al principio iba variando su velocidad (acelerando), pero luego ésta se hizo constante. En los dos casos iban en línea recta. Pues esos son los dos tipos de movimientos más sencillos que hay y los que vas a estudiar.

Empezarás por **el más sencillo de todos**, el que normalmente se nos viene a la cabeza cuando pensamos en un movimiento. Los científicos lo llaman **MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME** (y lo suelen escribir abreviado, **M.R.U.**).

Muchos movimientos son M.R.U (o al menos casi M.R.U.).



Tren por un tramo recto de vía

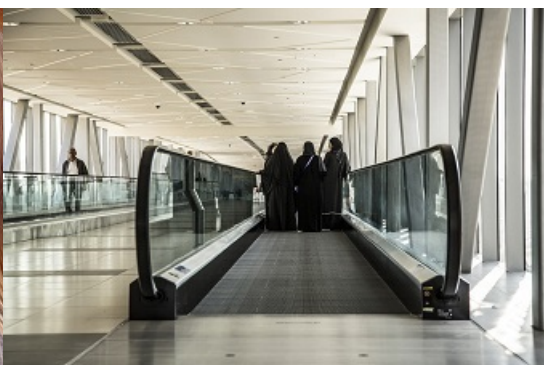


Barco que navega en línea recta

Imágenes en Pixabay de [createelement](#) y [Peggy\\_Marco](#). Dominio Público



Propagación del sonido por el aire



Cinta transportadora

Imágenes en Pixabay de [Pezibear](#) y [ralph](#). Dominio Público

Normalmente estos movimientos no se mantienen indefinidamente así, como M.R.U., sino que solo lo son durante un determinado tiempo. Salvo algunos, muy importantes, que sí son siempre M.R.U., como por ejemplo la propagación del sonido o de la luz.

## 1.1. ¿Por qué rectilíneo? ¿Por qué uniforme?

### ¡¡Vaya pregunta!!

Pues su propio nombre lo indica, ¿no?

El movimiento es rectilíneo porque la trayectoria es una línea recta, y es uniforme porque sucede con rapidez constante (no cambia mientras dura el movimiento). Para que un movimiento se considere M.R.U. es necesario que cumpla las dos condiciones.

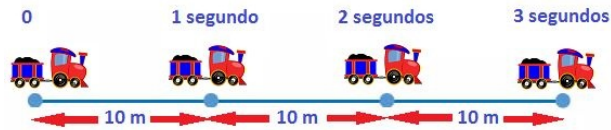
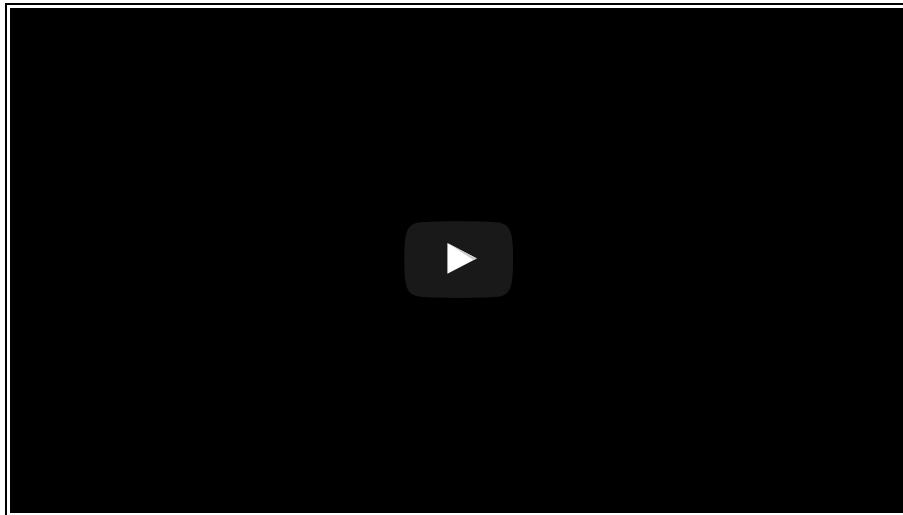


Imagen: Elaboración propia a partir de imagen en [pixabay](#) de [Dominio público](#)

Está claro, ¿verdad? Por si tienes alguna duda, en el siguiente este vídeo, te lo explican.



Vídeo de [Cinematik3D](#) en youtube

### Importante

Un **movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.)** es aquel en el que:

- la **trayectoria** es una línea **recta** y...
- el móvil va siempre igual de deprisa, lleva **siempre la misma rapidez**.

### Reflexiona

#### ¡Mucha atención!

Hay movimientos en los que se mantiene siempre la misma rapidez, pero cuya trayectoria no es una línea recta. ¿Serán M.R.U.?

Evidentemente no, no lo serán, puesto que no son rectilíneos. Pero sí son uniformes.

**Un movimiento es uniforme si su rapidez se mantiene constante**

Todo lo que vas a aprender en este tema se puede aplicar a todos los movimientos uniformes, aunque no sean rectilíneos.



Imagen en Wikimedia commons de [Akira](#). [Dominio público](#)

## Comprueba lo aprendido

### Autoevaluación

1. ¿Cuál de los siguientes movimientos es uniforme?

- ☐ Un tren AVE inicia su movimiento en la estación hasta alcanzar la velocidad de 275 km/h.
- ☐ Un velero navega impulsado por el viento
- ☐ Un coche que circula a 50 km/h frena hasta detenerse en un semáforo.



Lo siento. ¡Fíjate que su rapidez varía desde los 0 hasta los 275 km/h!



¡Muy bien! Es uniforme (suponiendo que el viento sopla siempre lo mismo, claro)



No, no. No es uniforme, pues la rapidez del coche se va reduciendo desde los 50 km/h hasta detenerse.

#### Solution

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)

## Comprueba lo aprendido

2. Un viajero va en un tren por un tramo muuuuuuy largo de vía recta. Está tan aburrido que se va entreteniendo en cronometrar con su reloj el tiempo que tarda el tren en pasar por distintos puntos kilométricos.

En la tabla siguiente tienes los dos primeros pares de datos que tomó. ¿Serías capaz de completar la tabla sabiendo que el conductor del tren asegura que su movimiento es uniforme?

Hora que marca el reloj	Punto kilométrico
09:10:00	120
09:12:30	130
<input type="text"/>	140
<input type="text"/>	150
<input type="text"/>	160
<input type="text"/>	170
<input type="text"/>	180
<input type="text"/>	190
<input type="text"/>	200



Imagen en Wikimedia commons  
de [Pinback66](#). Licencia [cc](#)

**Enviar**

Haz clic en la imagen si deseas ampliarla

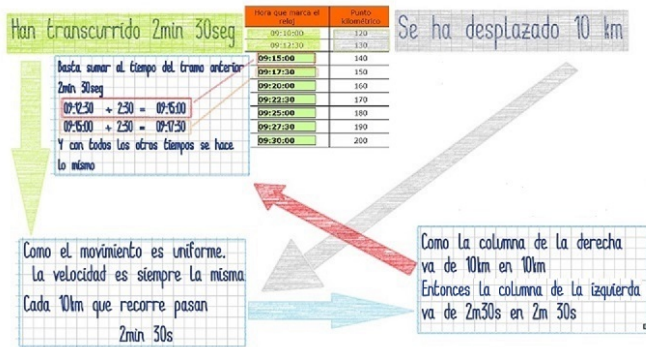


Imagen elaboración propia

## 1.2. Primero las gráficas



En el tema anterior has aprendido que las gráficas son muy útiles para describir los movimientos. Nos permiten, entre otras cosas, saber cuáles son las **constantes del movimiento**, es decir, los valores que no cambian durante todo el movimiento.

En cualquier M.R.U. hay dos constantes, dos valores que no cambian:

- la posición que ocupaba el cuerpo en el instante inicial (es decir, cuando  $t = 0$ ). Esa posición la solemos llamar **posición inicial** (evidentemente) y la representamos por  $e_0$ .
- la **velocidad** con la que se mueve el cuerpo, que la solemos representar por  $v$



Imagen en Wikimedia commons  
de  
Everaldo Coelho. Gnu LGPL

### Reflexiona

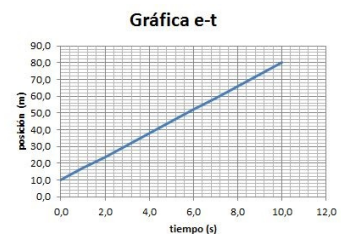
En el siguiente enlace te puedes descargar una hoja de cálculo (¿la recuerdas?, la estudiaste en el tema 3 del bloque 7) que te resultará muy útil para aprender las

#### Gráficas del movimiento rectilíneo uniforme

Esta hoja te permite elegir la velocidad y la posición inicial de un móvil que se mueve con MRU durante los 10 primeros segundos.

Introduce en la celda de la velocidad varios valores diferentes y fíjate en la gráfica espacio - tiempo de cada caso.

- ¿Qué tipo de gráfica es?
- ¿Cómo puedes obtener la velocidad a partir de la gráfica?
- ¿Y la posición inicial?



Haz clic en la imagen si deseas ampliarla.

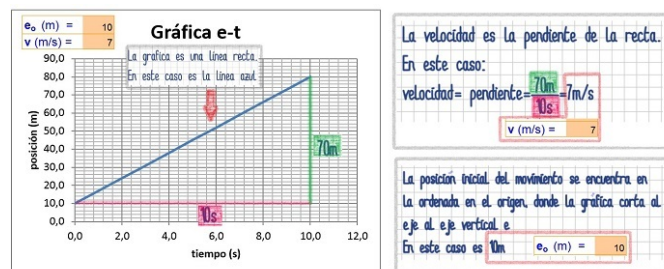


Imagen elaboración propia

Como habrás comprobado...

### Importante

La gráfica e-t de un MRU es una línea recta, en la que:

- la **pendiente nos dice la velocidad** del movimiento.
- la **ordenada en el origen**, donde la gráfica corta al eje e, **nos dice la posición inicial** del móvil.



## Reflexiona

En la misma hoja de cálculo anterior:  **Gráficas del movimiento rectilíneo uniforme**, introduce en la celda de la velocidad varios valores diferentes.

Pero ahora, fíjate en la gráfica velocidad - tiempo de cada caso.

- ¿Qué tipo de gráfica es?

Haz clic en la imagen si deseas ampliarla.

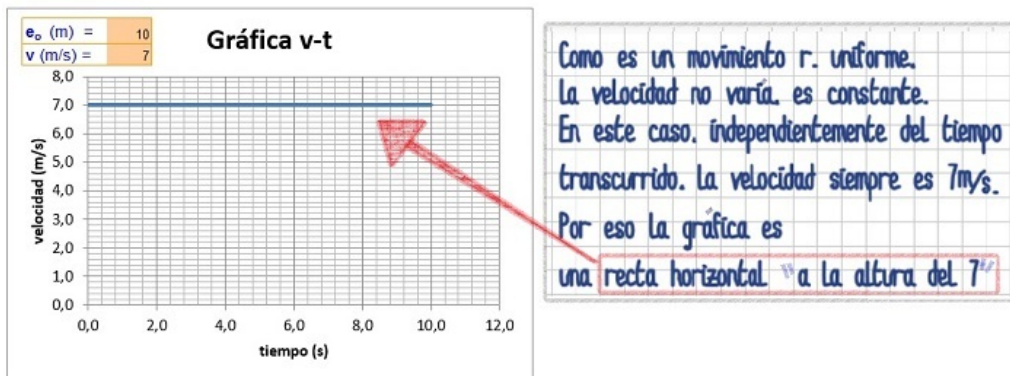


Imagen elaboración propia

## Importante

La gráfica v-t de un MRU es una línea recta horizontal, puesto que la velocidad permanece constante.

## Comprueba lo aprendido

Completa:

1. ¿Cómo es la gráfica e-t de un MRU?
2. ¿Cómo podemos saber, observando la gráfica e-t de un MRU, dónde estaba el móvil cuando se empezó a contar el tiempo, es decir, la posición inicial del móvil?
3. ¿Cómo podemos saber, mirando la gráfica e-t de un movimiento uniforme, si éste es o no rectilíneo?

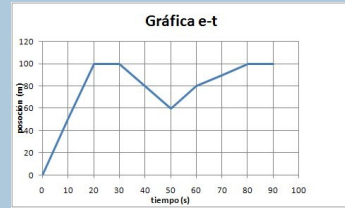
### Comprobar respuesta

1. ¿Cómo es la gráfica e-t de un MRU? **Siempre una línea recta**
2. ¿Cómo podemos saber, observando la gráfica e-t de un MRU, dónde estaba el móvil cuando se empezó a contar el tiempo, es decir, la posición inicial del móvil? **Mirando el punto donde la gráfica corta al eje vertical**
3. ¿Cómo podemos saber, mirando la gráfica e-t de un movimiento uniforme, si éste es o no rectilíneo? **De ningún modo. Una gráfica e-t nunca da información sobre la trayectoria**

### ¡No te sorprendas!

Puedes encontrarte gráficas e-t como la que ves aquí... No es una línea recta, ¿verdad? ¿Será la gráfica de un MRU?... Pues no exactamente, pero sí, porque todos sus tramos son rectos y ya has visto que una gráfica e-t recta siempre representa un movimiento uniforme (sea rectilíneo o no).

Es difícil encontrar un movimiento uniforme... uniforme, uniforme. Lo normal es que nos encontremos con que un móvil se mueva con movimiento uniforme un rato, se pare, avance de nuevo y se mueva otro rato con una velocidad constante, pero distinta de la anterior, se vuelva a parar, dé la vuelta y regrese con una velocidad constante y diferente de las anteriores... En fin, que la gráfica que ves aquí (como otras que viste en el tema 2 de este bloque) sí que representa un **movimiento uniforme... pero, "a trozos"**.



Elaboración propia



### 1.3. Ahora las "fórmulas"



Bueno... pues ya has aprendido cómo son las gráficas e-t y v-t de un movimiento uniforme.

(Recuerda que no es necesario que sea rectilíneo; esas gráficas son válidas para cualquier movimiento uniforme, siempre que hayamos establecido un sistema de referencia adecuado sobre la trayectoria)

Con la gráfica e-t ya podemos extraer toda la información importante sobre el movimiento:

- la **posición inicial** ( $e_0$ ), que es el punto donde la gráfica corta al eje de ordenadas.
- la **velocidad** constante del movimiento ( $v$ ), que es la pendiente de la recta que nos sale.

#### Curiosidad

##### Pongamos cada cosa en su sitio...

No cabe duda de que la **gráfica e-t es muy útil** (y muy fácil, ¿verdad?). **Pero no creas que nos soluciona todo** lo que queramos saber sobre estos movimientos; tiene sus cosillas. Sobre todo que, **para hacerla, es necesario conocer las constantes del movimiento o tener ya una tabla de datos** de posiciones ocupadas en diferentes instantes.

Aunque **por lo general siempre conoceremos la posición inicial** (puesto que la elegimos nosotros normalmente), no siempre conocemos de antemano la velocidad del móvil.

**Incluso teniendo las constantes** del movimiento, para hacer la gráfica **necesitamos hacer antes la tabla de datos...** ¿Y cómo la hacemos? ¿Cómo sabemos, de antemano, qué posición ocupará el móvil en cada instante de tiempo? ¿Tendríamos que medirla? ¿Tendríamos que calcularla? Si es así... ¿Cómo lo hacemos? (Piensa en ello. ¿Cómo "aparecen" por arte de magia los datos en la hoja de cálculo que has usado para experimentar con las gráficas?)

En fin... que la gráfica es un poquito engorrosa de hacer. Pero, ¡eso no es todo! **Se nos pueden plantear preguntas que puede ser complicadas resolver empleando la gráfica...** incluso si ya la tenemos.

#### Reflexiona

##### Por ejemplo...

Imagina el movimiento uniforme de un tren que tiene que hacer un viaje muy, muy largo, por una vía que le permite moverse con velocidad constante de 47 m/s. Supón que en el sistema de referencia que un viajero ha elegido para estudiar el movimiento del tren, la posición inicial es... digamos... 80 m.

¿Podrías construir la gráfica e-t de este movimiento? Seguro que sí, que lo harías sin problema

Ahora... con esa gráfica ya hecha y a la vista...

**¿Me podrías decir cuánto tiempo debe pasar para que el tren se encuentre en la posición...89653,76 m? O, por ejemplo, ¿podrías decir en qué posición se encontrará el tren en el instante 723 s?**

Bueno, no cabe duda de que responder a las preguntas anteriores usando la gráfica... es posible, pero bastante trabajoso. Por no decir que la gráfica debe estar perfectamente hecha para que las respuestas sean correctas.

Entonces... ¿cómo podríamos responder a este tipo de preguntas de una forma "fácil"?

Pues, afortunadamente, como en casi todos los casos suceden la ciencia, **las matemáticas vienen en nuestra ayuda.**

¡Es muy fácil! ¿Verdad? Pero para que lo tengas ya claro del todo, observa en la siguiente animación la relación que existe entre la gráfica e-t y la ecuación de un movimiento uniforme:

#### La ecuación del MRU

Si has mirado con atención la presentación anterior, no te costará ningún trabajo entender que...

#### Importante

La gráfica e-t de un movimiento uniforme es la representación de una **función afín**, cuya expresión matemática (cuya fórmula)

tiene la forma:

$$e = e_0 + v \cdot t$$

Imagen de elaboración propia

A esta fórmula se la conoce como **ecuación del movimiento rectilíneo uniforme**.

## Curiosidad

Si necesitas refrescar un poco más cómo se realiza la gráfica de una función afín, visualiza este [video](#) del canal Childtopía

## Ejercicio resuelto



Imagen en flickr de [Ventura2](#).  
Licencia [cc](#)

### Volvamos al ejemplo de la reflexión.

Imagina el movimiento uniforme de ese tren que tenía que hacer un viaje muy, muy largo, por una vía que le permite moverse con la velocidad constante de 47 m/s . Y que en el sistema de referencia que un viajero ha elegido para estudiar el movimiento del tren, la posición inicial era 80 m.

Además, antes de comenzar a resolver el problema es muy importante que compruebes que **todas las unidades están en el mismo sistema**.

Efectivamente, sí lo están. Si no te queda muy claro, en este [enlace](#) se explica

Ahora sí... puedes responder a las preguntas.

¿Podrías decir en qué posición se encontrará el tren en el instante 723 s?

Haz clic en la imagen si deseas ampliarla

Lee con atención y busca en el texto del problema cuánto es la velocidad  $\rightarrow v$  y cuál es la posición inicial  $\rightarrow e_0$ .

Imagina el movimiento uniforme de un tren que tiene que hacer un viaje muy, muy largo, por una vía que le permite moverse con velocidad constante de 47 m/s. Supón que en el sistema de referencia que un viajero ha elegido para estudiar el movimiento del tren, la posición inicial es... digamos... **80 m**.

Sustituye en la ecuación del m.r.u.  $e = e_0 + v \cdot t$

Luego la ecuación es  $e = 80 + 47 \cdot t$

Cómo respondemos a la pregunta: Podrías decir en qué posición se encontrará el tren en el instante 723 s?

Pues verás que fácil: Solo tenemos que sustituir en la  $t$  (tiempo) de la ecuación por ese valor concreto (723 s) y hacer la cuenta.

$e = 80 + 47 \cdot t$

$e = 80 + 47 \cdot 723 = 80 + 33981 = 34061 \text{ m}$   
De manera que a los 723 s el tren se encontrará en la posición **34061 m**.

Imagen elaboración propia

¡Ves qué fácil ha sido!

¿Y la otra pregunta? ¿Será también tan fácil de contestar?... Creo que sospechas que sí... Vamos a verlo.

¿Cuánto tiempo debe pasar para que el tren se encuentre en la posición...89653,76 m?

Haz clic en la imagen si deseas ampliarla

Queremos saber en que instante se encontrará el tren en la posición 89653.76 m. Solo tenemos que sustituir la  $e$  de la ecuación (que representa la posición del tren) por ese valor (89653.76 m) y hacer las cuentas.

$$e = 80 + 47 \cdot t$$

$$89653.76 = 80 + 47 \cdot t$$

Estamos ante una ecuación de primer grado donde la incógnita es  $t$ . Vamos a resolverla. Vamos a intentar dejar  $t$  sola.

El 80, que está sumando en el segundo miembro (a la derecha del signo igual), lo pasamos al primer miembro (a la izquierda del signo igual) pero restando:  $89653.76 - 80 = 47 \cdot t$

Por lo tanto, el tren estará en la posición 89653.76 m en el instante 1905.82 s (unos 31 minutos y 46 s después de salir).

$89653.76 - 80 = 47 \cdot t$   
 $89573.76 = 47 \cdot t$   
 Hacemos la cuenta de la izquierda  
 $89573.76 = 47 \cdot t$   
 El 47 que multiplica a  $t$  pasa al otro lado (miembro) dividiendo  
 $\frac{89573.76}{47} = t$   
 Hacemos la división  
 $1905.82 = t$   
 Obtenemos que 1905.82 es lo mismo que  $t$ . Luego  $t$  es lo mismo que 1905.82, es decir:  $t = 1905.82 \text{ s}$

Imagen elaboración propia

Si te has quedado atascado en la segunda pregunta porque **no recuerdas o no sabes resolver ecuaciones de primer grado sencillas...**

No te preocupes, en el siguiente vídeo de Calebania Productions se explican [las ecuaciones de primer grado sencillas](#)

¿Quieres comprobar qué tal dominas esas ecuaciones? ¡Atrévete con el siguiente flash de Sergio Darias!

### Ecuaciones simples

$$3x + 6 = 12$$

$$2x = 6$$

$$x = 2$$

en 3 minutos

En el problema anterior hemos pasado 1905s a horas, minutos y segundos para que el resultado fuese más fácil de entender.

Si quieres aprender cómo se hace con la calculadora, aquí tienes un [vídeo](#) (elaboración propia) donde se explica

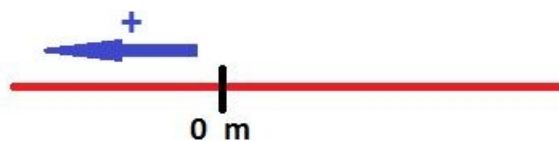
Usando la gráfica... seguro que no hubieses podido responder. En el siguiente apartado vas a ver unos ejemplos más de cómo usar la ecuación de un movimiento uniforme. Estudia con atención todos los ejemplos.

## Comprueba lo aprendido

### Autoevaluación

1. ¿Qué podrías decir de un movimiento rectilíneo uniforme cuya ecuación de movimiento fuese  $e = -17 + 4.5t$ ?

Señala las respuestas que consideres correctas. El sistema de referencia que se ha usado para establecer esa ecuación ha sido éste:



Elaboración propia

- ☐ Al iniciar el movimiento, el cuerpo se encuentra a la izquierda del origen del sistema de referencia.
- ☐ El objeto se mueve con una velocidad constante, de 17 m/s
- ☐ El cuerpo se mueve, hacia la izquierda, con una velocidad constante de 4,5 m/s



Uy, uy... mira con atención la ecuación, ¡y el sistema de referencia!



Me temo que no has acertado. Te convendría revisar los contenidos ¡Es muy fácil!



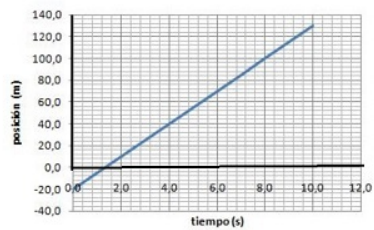
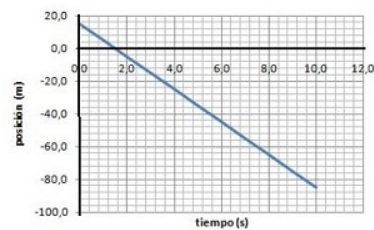
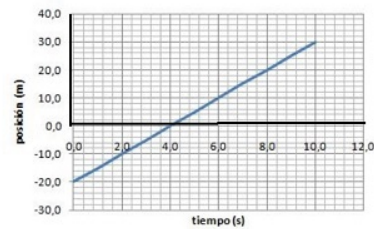
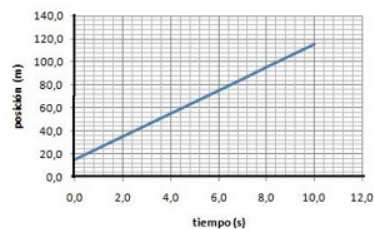
¡Estupendo! ¡Parece que te has enterado muy bien!

#### Solution

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)

## Comprueba lo aprendido

2. Observa con atención las siguientes gráficas. Todas representan movimientos uniformes...



Imágenes elaboración propia

Esas gráficas corresponden a las siguientes ecuaciones de movimiento:

$e = 5 - 10t$	$e = 5t - 20$	$e = 10t + 15$	$e = 15t - 20$
---------------	---------------	----------------	----------------

Imagen elaboración propia

Ecuación A    Ecuación B    Ecuación C    Ecuación D

Haz que correspondan cada una de las gráficas con la ecuación a la que representa:

Gráfica	Ecuación
1	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>

Enviar

La más fácil de identificar es la gráfica nº 3, pues es la única que tiene una pendiente negativa y, por tanto, corresponderá al único movimiento que tiene velocidad negativa, que es el A.

(Recuerda que la velocidad es el número que multiplica a la  $t$  en la ecuación de movimiento)

Puede que te haya costado trabajo identificar las ecuaciones de las gráficas nº 2 y nº 4..., ¡parecen iguales! Pero no lo son. En ambas, la posición para  $t = 0$  es la misma (-20 m) y parece que tengan la misma pendiente, pero si te fijas en la escala, verás que la gráfica nº 4 tiene una pendiente mucho mayor.

Ten en cuenta que:

Fíjate que  $e=15t-20$  es lo mismo que  $e=-20+15t$

Imagen elaboración propia

(Pasa de  $e = -20$  m en  $t = 0$  a  $e = 40$  m en  $t = 4$ , mientras que la gráfica nº 2, en  $t = 4$  solo llega hasta  $e = 0$  m)

## Ejercicio resuelto



Imagen en Pixabay de [Olker -Free-Vector- images](#).  
Dominio Público

### El récord de la hora

El 19 de julio de 2005 el ciclista checo Andrei Sosenka estableció el récord de la hora moviéndose a **una velocidad de unos 13,8 m/s**. Este récord mide la distancia que un ciclista es capaz de recorrer en una hora bajo unas condiciones determinadas (establecidas por la UCI, la Unión Ciclista Internacional).

¿En cuánto estableció Andrei el récord de la hora? (es decir, ¿qué distancia recorrió en una hora si se movía a la velocidad de 13,8 m/s?)

Lo primero que tenemos que hacer cuando vamos a resolver un problema de movimientos es **establecer el sistema de referencia**. Recuerda que nos vale cualquiera, pero que siempre debemos elegir:

- el que nos permita obtener la ecuación de movimiento más sencilla.
- el que nos permita tener una comprensión más clara del movimiento que estamos estudiando.

En este caso resulta conveniente elegir el sistema de referencia que puedes ver en la imagen.



Imagen elaboración propia

El segundo paso que debemos dar es **escribir cuáles son las constantes del movimiento en ese sistema de referencia**. Para ello es necesario haber entendido muy bien los datos que nos ofrece el enunciado del problema:

(Haz clic en la imagen si deseas ampliarla)

La posición inicial es  $e_0=0\text{m}$   
La velocidad constante es  $v=13,8\text{m/s}$

$e = e_0 + v \cdot t$

$e = 0 + 13,8 \cdot t$   
y quitando el 0, obtenemos  
 $e = 13,8 \cdot t$

Con la ecuación de movimiento podemos ya calcular cualquier cosa que queramos. En este caso queremos saber la distancia que ha recorrido el ciclista en una hora.

Dado que la velocidad está expresada en m/s, el tiempo debe ir en segundos.  
Como 1h es 3600s, entonces  
 $t=3600\text{s}$

$e = 13,8 \cdot t$   
 $e = 13,8 \cdot 3600 = 49680\text{m}$   
y si prefieres la solución en km, divide por 1000 y obtienes 49,68km

Elaboración propia

**Solución:** El récord quedó establecido en **49680 m**, o lo que es lo mismo, en **49,680 km** (siempre es conveniente expresar las soluciones en unidades que sean fácilmente comprensibles)

Una sugerencia... busca en internet cuál fue realmente el récord de la hora establecido por Andrei Sosenka

## Ejercicio resuelto

### ¿Alguna vez has saltado en paracaídas?

Debe ser una experiencia alucinante, ¿no crees? En un salto en paracaídas, desde que éste se abre hasta que el paracaidista llega al suelo, el movimiento que lleva es prácticamente uniforme. No cae cada vez más rápido porque el rozamiento con el aire lo impide (como verás en el siguiente tema...)

La cuestión es que la pareja de Fiti, Ángela, salta en paracaídas. Uno de los días en que fue a practicar, él le esperaba abajo. Cuando Ángela llegó a tierra, le comentó que había abierto su paracaídas a **una altura de 1756 m** (según indicaba su



altímetro). Fiti pensó... "Justo el dato que necesitaba" y le dijo a Ángela que iba a calcular la velocidad con la que cayó.

- ¿Cómo? —le contestó Ángela sin creérselo.

- Mientras saltabas he cronometrado el tiempo que tardabas en caer... je, je; **han sido 2 minutos y 42 segundos**. Lo demás es... pura física.

¿Sabrías tú, como Fiti, calcular la velocidad a la que ha caído Ángela con su paracaídas?

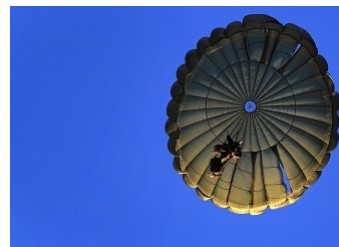
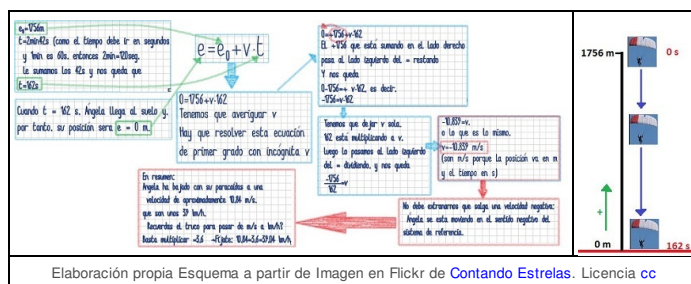


Imagen en Pixabay de Skeeze. Dominio Público



(Haz clic en la imagen si deseas ampliarla)

(Recuerda que siempre es conveniente expresar las soluciones en unidades que sean lo más fácilmente comprensibles)

## Curiosidad

En el ejemplo anterior ha habido que resolver una sencilla **ecuación de primer grado con una incógnita**. Esto es algo habitual en la ciencia y la tecnología; sin las matemáticas se quedarían sin su herramienta más preciada. Si no fuera por ellas, por las matemáticas, no hubiera sido posible el espectacular desarrollo que la ciencia y la tecnología ha experimentado en los últimos siglos.

Eso de las "ecuaciones" es algo que "da mucho miedo", ¿verdad? Pero lo cierto es que no son nada difíciles; resolverlas es... casi un entretenido pasatiempo. Te sugerimos que no dejes de visitar los siguientes enlaces. En ellos podrás aprender muchas cosas sobre las ecuaciones de primer grado con una incógnita y **practicar**... ¡hasta que te hartes!

Aprende a resolver	Practica
<b>1. Ecuaciones primer grado casos fáciles</b>	<b>1a. Desde el test 1.1 al 1.5</b> <b>1b. Desde el test 2.1 al 2.8</b> <b>1c. Desde el test 4.1 al 4.3</b> <b>1d. Desde el test 5.1 al 5.7</b>
<b>2. Ecuaciones primer grado con paréntesis</b>	<b>2. Desde el test 6.1 al 6.5</b>
<b>3. Ecuaciones primer grado con denominadores</b>	<b>3a. Desde el test 3.1 al 3.8</b> <b>3b. Desde el test 7.1 al 7.10</b>

## Ejercicio resuelto

### Rápido como el rayo...

La verdad es que en la naturaleza es difícil encontrar movimientos rectilíneos uniformes que duren mucho tiempo.

Sí que hay movimientos uniformes, y muy importantes, que duran y duran (y esperemos que así siga siendo). Hablamos de, por ejemplo, el **movimiento de los planetas alrededor del Sol** o de los satélites alrededor de los planetas. Por ejemplo, en su movimiento alrededor del Sol, la Tierra va siempre igual de rápido. **¡Todos los años duran lo mismo!** De modo que su



movimiento es uniforme (aunque no sea rectilíneo)

Pero sí que podemos encontrar algunos movimientos muy importantes y que sí que son rectilíneos y uniformes. Claro, que se trata de movimientos de "cuerpos" un poco "raros". **La luz**, por ejemplo, es uno de esos casos.

**La luz se mueve, en el vacío y en el aire, en línea recta y con una velocidad constante de ¡¡300.000 km/s!!**

La más grande que existe. Nada se mueve tan rápido como la luz. Pero claro, por rápido que se mueva, si tiene que recorrer distancias muy grandes... pues tarda su tiempo, no te creas.

Por ejemplo, el Sol está de la Tierra a unos... **149.600.000 km** (un "puñado de lejos") ¿Cuánto tardará la luz del Sol en llegar hasta la Tierra?

Bueno... esta cuestión es muuuuuy fácil. Seguro que te has dado cuenta enseguida que para responder basta con dividir la distancia que debe recorrer la luz entre la velocidad a la que lo va a hacer.

Pero para **ser rigurosos** (algo muy importante en la ciencia) y practicar el uso de las ecuaciones de movimiento, vamos a **actuar con un poco de orden**.

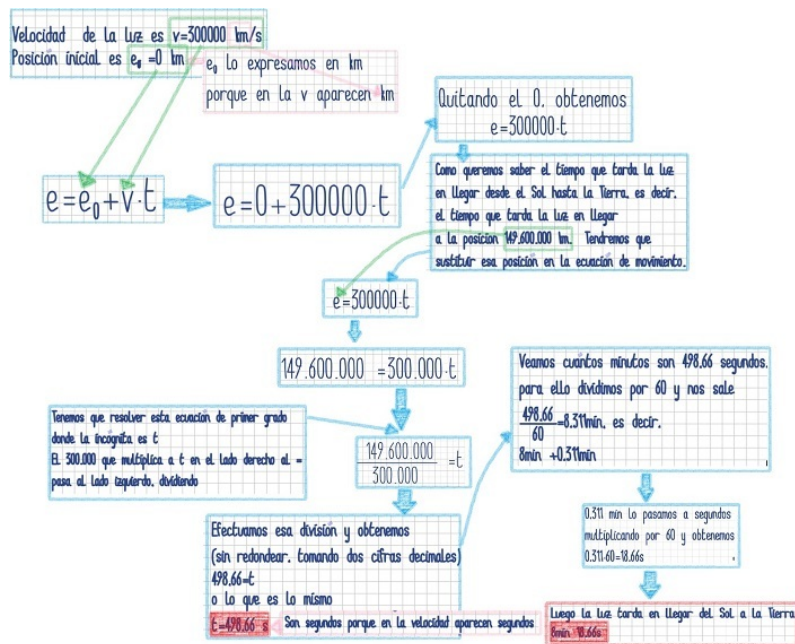
*Actuar con orden te servirá para enfrentarte a todo tipo de problemas. ¡No lo olvides!*

Así, lo primero, como siempre, será **establecer un sistema de referencia** adecuado. Recuerda:

- el que nos permita obtener la ecuación de movimiento más sencilla.
- el que nos permita tener una comprensión más clara del movimiento que estamos estudiando.

En este caso vamos a elegir el que ves en la figura, con el origen en el Sol.

Haz clic en la imagen si la quieres agrandar



Elaboración propia

Recuerda que es conveniente usar las unidades que sean más fáciles de comprender

Fíjate si es útil, "potente", esto de las ecuaciones de movimiento, que nos permiten dar respuesta a **situaciones en las que hay involucrados más de un movimiento** simultáneamente....

## Importante

Para resolver un problema siempre es conveniente seguir un orden. En la siguiente imagen se te ofrece un decálogo para resolver problemas de MRU.

Haz clic en la imagen si la quieres agrandar

# 10

## PASOS PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE MOVIMIENTO

- 1 LEE EL ENUNCIADO ATENTAMENTE
- 2 HAZ UN ESQUEMA GRÁFICO DE LA SITUACIÓN
- 3 ESTABLECE EL SISTEMA DE REFERENCIA  
Dónde está el origen y cuál es el sentido positivo
- 4 ESCRIBE EL VALOR DE LAS CONSTANTES DEL MOVIMIENTO:  
POSICIÓN INICIAL Y VELOCIDAD
- 5 ESTABLECE LA ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO  
(AUNQUE LA TENGAS INCOMPLETA)
- 6 REFLEXIONA SOBRE QUÉ MAGNITUD TIENES QUE CALCULAR Y QUÉ DATOS VAS A NECESITAR.
- 7 SUSTITUYE EN LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO LOS DATOS NECESARIOS  
(MUCHO OJO CON LAS UNIDADES).
- 8 RESUELVE LA ECUACIÓN (ECUACIONES) QUE OBTIENES
- 9 DA LA SOLUCIÓN, RESPONDIENDO A LA PREGUNTA DEL PROBLEMA.
- 10 SI ES NECESARIO, CAMBIA LAS UNIDADES DE LA SOLUCIÓN PARA QUE SE ENTienda CON FACILIDAD

Elaboración propia

## Ejercicio resuelto



Imagen en flickr de [Andrew](#). Licencia [cc](#)

### ¿Lo pillará o no lo pillará?

¿A que es raro ver una peli de polis en la que no haya una persecución? Ya sea en coche (lo más tradicional) o en moto, camión... o cualquier tipo de vehículo (incluso nave espacial), las escenas en las que el poli persigue a toda velocidad al malhechor nunca faltan.

Imagina... El policía ve, **500 metros más adelante**, que un ladrón monta en su coche y sale huyendo a toda velocidad. **Ocho segundos más tarde** el poli se pone en marcha tras el ladrón.

Supongamos que ambos se van a mover con movimiento uniforme; **el ladrón a 117 km/h y el poli a 144 km/h** (deberá ir un poco más rápido que el ladrón si queremos que todo termine bien).

Está claro que lo pillará, ¿verdad? Pero... **¿Dónde? ¿Cuándo?**

Este tipo de situaciones son "un poquito" más complicadas que las que has visto en los ejemplos anteriores de aplicación de las ecuaciones de movimiento. Pero "se atacan" igual.

La diferencia es que ahora tienes que manejar a la vez dos ecuaciones de movimiento. Antes de seguir te será muy útil que eches un vistazo a estos dos enlaces. No te asustes por el nombre... enseguida entenderás por qué te van a ser muy útiles:

[▶ Resolución de sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico](#)

[▶ Resolución del sistema de ecuaciones lineales del anterior vídeo por el método de igualación](#)

Bueno... espero que los enlaces anteriores te hayan aclarado un poco cómo "se les mete mano" a este tipo de situaciones, los *encuentros* y las *persecuciones*. Para resolver nuestro problema de la persecución vamos a aplicar el mismo método que en los ejemplos anteriores, salvo que ahora, tendremos que resolver un sistema de ecuaciones lineales, es decir, de primer grado. (Haz clic en cada una de las dos imágenes para verlas aumentadas)

# COMO SE RESUELVE CON ORDEN UN PROBLEMA DE MOVIMIENTO UNIFORME

1 LEE EL ENUNCIADO ATENTAMENTE

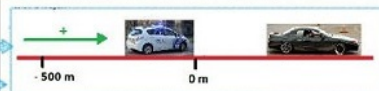
2 HAZ UN ESQUEMA GRAFICO DE LA SITUACION

3 ESTABLECE EL SISTEMA DE REFERENCIA

4 ESCRIBE EL VALOR DE LAS CONSTANTES DEL MOVIMIENTO

5 ESTABLECE LA ECUACION DEL MOVIMIENTO

Imagina... El policía ve, 500 m más adelante, que un ladrón monta en su coche y sale huyendo a toda velocidad. Ocho segundos más tarde, el poli se pone en marcha tras el ladrón. Supongamos que ambos se van a mover con movimiento uniforme; el ladrón a 117 km/h y el poli a 144 km/h (deberá ir un poco más rápido que el ladrón si queremos que todo termine bien). Está claro que lo pillará ¿verdad? Pero... ¿Dónde? ¿Cuándo?



La velocidad está expresada en km/h. Luego la posición (espacio recorrido) la medimos en m y el tiempo en h.

Tenemos dos casos:  
Policia  $e_{poli} = -500m = -0.5km$   
 $v_{poli} = 144km/h$   
Caco  $e_{caco} = 0m$   
 $v_{caco} = 117km/h$

$$e = e_0 + v \cdot t$$

$$e_{poli} = -0.5 + 144 \cdot t_{poli}$$

$$e_{caco} = 0 + 117 \cdot (t_{poli} + 0.002)$$

El cronómetro se puso en marcha cuando el poli empezó su movimiento, pero el ladrón empezó a moverse 8 s antes. Cuando por ejemplo el ladrón lleva 10 s conduciendo, el poli lleva 2. El ladrón siempre lleva conduciendo 8s más que el poli-tiempo caco-tiempo poli-8

Si usáramos segundos

Estamos trabajando con horas. Luego los 8s hay que pasarlos a horas.  $8.5000 = 0.002 h$

$$t_{caco} = t_{poli} + 0.002$$

- ESTABLECE LA ECUACION DEL MOVIMIENTO
- RESOLVER EL SISTEMA DE ECUACIONES QUE HAYAS OBTENIDO
- SUSTITUYE EN LA ECUACION DEL MOVIMIENTO LOS DATOS NECESARIOS
- RESOLUE LA ECUACION DE PRIMER GRADO QUE OBTENGAS
- DA LA SOLUCION, RESPONDIENDO A LA PREGUNTA DEL PROBLEMA.
- SI ES NECESARIO, CAMBIA LAS UNIDADES DE LA SOLUCION PARA QUE SE ENTENDA CON FACILIDAD

$$e_{poli} = -0.5 + 144 \cdot t_{poli}$$

$$e_{caco} = 0 + 117 \cdot (t_{poli} + 0.002)$$

Tenemos que resolver este sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, e y t. Usamos el método de igualación

$$-0.5 + 144t_{poli} = 0 + 117(t_{poli} + 0.002)$$

$$-0.5 + 144t_{poli} = 117t_{poli} + 0.234$$

Dejamos por ejemplo todos los t en el lado izquierdo. Pasamos los +117t que están sumando en el lado derecho al lado izquierdo restando. Y el -0.5 que está restando en el lado izquierdo, al lado derecho sumando

$$144t_{poli} - 117t_{poli} = 0.234 + 0.5$$

$$27t_{poli} = 0.745$$

El 27 que está multiplicando a t<sub>poli</sub> pasa dividiendo al otro lado del igual

$$t_{poli} = \frac{0.745}{27}$$

$$t_{poli} = 0.027h$$

Sustituimos en las ecuaciones de movimiento. Basta con sustituir en una de ellas pues e<sub>poli</sub>=e<sub>caco</sub>

$$e_{poli} = -0.5 + 144 \cdot t_{poli}$$

$$e_{poli} = -0.5 + 144 \cdot 0.027 = 3.888km$$

$$e_{poli} = e_{caco} = 3.888km$$

$$t_{poli} = 0.027 \cdot 60 = 1.62min = 1min37s$$

$$t_{poli} = 1min37s$$

$$t_{caco} = t_{poli} + 8 = 1min45s$$

$$t_{caco} = 1min45s$$

Pero ¿poli el poli ha tardado 8 s menos y ha recorrido 500 m más? O bien, el ladrón ha tardado 8s más y ha recorrido 500m menos

El coche de policía alcanza al del ladrón a 3,888km, es decir, 3888m de donde estaba inicialmente el ladrón y tarda en pillarlo 1 minuto y 37 segundos

Imágenes de elaboración propia

## *Para saber más*

Sobre sistemas de ecuaciones y cómo se resuelven, puedes visitar los siguientes enlaces. Aprenderás más métodos para resolverlos. Verás que algunos sistemas son... un poco "raros" y podrás practicar lo que quieras:



[¿Todos los sistemas de ecuaciones lineales tienen solución?](#)



[Aquí](#) tienes un montón de vídeos del canal Childtopía con muchos casos diferentes de sistemas de ecuaciones lineales

También puedes practicar con la siguiente  [aplicación de Geogebra](#) de Gustavo Aguilar

## 2. De cero a cien en... 5,1 segundos

Es una de las frases con las que se promociona cierto modelo de una conocida marca de coches deportivos...

¿Sabes lo que significa? Seguro que sí... todo el mundo lo sabe. Quiere decir que, desde el reposo, pisando a fondo el **acelerador** del coche, éste se pone a 100 km/h en tan solo 5,1 s.

Y es que claro, **aunque el movimiento uniforme sea muy importante, no es**, ni mucho menos, **el único que hay** (aunque siempre sea el movimiento en el que pensamos cuando pensamos en un movimiento)

**Hay movimientos en los que la velocidad no permanece constante...** Muchos movimientos. Ya viste en el tema 1 de este bloque que cuando eso sucede, cuando la velocidad de un movimiento cambia, se dice que el **movimiento es acelerado (o variado)**.




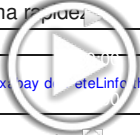

Imagen en Wikimedia commons de  
[DineshAdv](#). Licencia [GNU Free](#)

### Importante

**Un movimiento es acelerado (o variado) si su velocidad no es constante**

Como te decimos, hay muchos movimientos variados (de hecho, la mayoría). Y es porque **la velocidad puede cambiar de muchas formas** y por muchas razones...

Puede que solo cambie **la rapidez**, como en el caso del coche del que hablábamos antes, que va cada vez más rápido, pero no cambia ni de dirección ni de sentido (también podría haber ido frenando, es decir, moviéndose cada vez más despacio; también en ese caso diríamos que el movimiento es acelerado o variado, ya que su velocidad va cambiando).

Puede que solo cambie <b>el sentido</b> del movimiento (Y se mantengan constantes la rapidez y la dirección)	Puede que lo que cambie sea solamente <b>la dirección</b> del movimiento. Aunque el cuerpo se mueva siempre con la misma rapidez	Puede que cambie todo... Es decir, la dirección del movimiento y la rapidez del mismo.
 Animación en <a href="#">pixabay de VeteInfo.ch</a> . Licencia <a href="#">CC0</a>	 Animación en <a href="#">pixabay de VeteInfo.ch</a> . Licencia <a href="#">CC0</a>	 Vídeo en <a href="#">pixabay de VeteInfo.ch</a> . Licencia <a href="#">CC0</a>

En todos estos casos el movimiento es acelerado porque, de una u otra forma, cambia la velocidad.

¡Pero no te echas las manos a la cabeza! ¡No vamos a ver todos estos tipos de movimiento acelerado! Nos vamos a detener en el caso más sencillo del primero... el **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO**



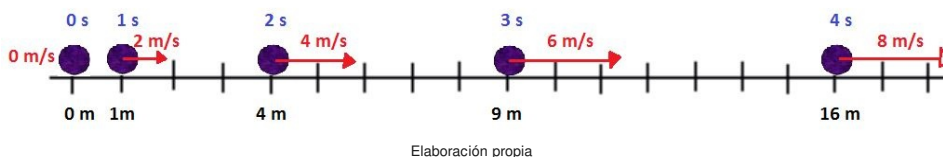
## 2.1. ¿Por qué uniformemente?... Y más cosas



No es necesario que nos preguntemos por qué rectilíneo o por qué acelerado (variado) ¿Verdad?

Ya sabes que si un movimiento se llama "rectilíneo" es porque **su trayectoria es una recta**. Y en el apartado anterior has aprendido que, si se llama "acelerado" es porque **su velocidad cambia** (bueno, en este caso, solo su rapidez, "lo deprisa que va")

Pero, ¿qué significa el "uniformemente"? Observa con atención la imagen...



Elaboración propia

El movimiento de esta bola no es uniforme... ¡ni mucho menos! Observa que **no recorre distancias iguales en tiempos iguales**.

Por ejemplo, entre los instantes  $t=0$  s y  $t=1$  s solo recorre 1 m, mientras que entre  $t=2$  s y  $t=3$  s recorre 5 m (pasa de la posición  $e=4$  m a la posición  $e=9$  m).

Pero **¿qué sucede con la velocidad de la bola?**... En la tabla de abajo lo verás mejor

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

Cada segundo que pasa la velocidad aumenta en 2 m/s ¿lo ves?

Es decir, **la velocidad va cambiando**, sí, **¡pero siempre al mismo ritmo!**

Por eso la gente de Ciencia llama a este movimiento **UNIFORMEMENTE ACELERADO**. La velocidad cambia, pero de manera "uniforme"... siempre cambia igual.

### Importante

En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, **la velocidad cambia a un ritmo constante**

Para medir ese ritmo al que varía la velocidad se usa una nueva magnitud: **la aceleración**.

### Ejercicio resuelto

#### ¡Es así de fácil!

Veamos... en el ejemplo de antes, cada segundo que pasa la velocidad aumenta en 2 m/s.

¿Cómo se expresa eso?

Pues que la aceleración del movimiento es de **2 m/s cada segundo**

Incluso lo podemos calcular de forma muy facilita. Mira... si la aceleración mide el ritmo al que cambia la velocidad, para calcularla solo tendremos que **dividir lo que ha cambiado la velocidad entre el tiempo que ha tardado en cambiar**.

$$\text{aceleración} = \frac{\text{lo que cambia la velocidad}}{\text{tiempo que tarda en cambiar}}$$

Imagen de elaboración propia

La **unidad de la aceleración** en el SI es el "**metro por segundo cada segundo**". Esa unidad "tan rara" se escribe **m/s<sup>2</sup>** (y se lee "metro por segundo al cuadrado"). Una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup> significa que cada segundo que pasa el cuerpo se mueve con una velocidad 2 m/s más grande.

## Ejercicio resuelto

### Volviendo al ejemplo...

¿Cuánto ha cambiado la velocidad entre los instantes **t=2 s** y **t=4 s**? En el instante **t=2 s** la velocidad era **v=4 m/s** y en el instante **t=4 s** ya era diferente, era **v=8 m/s**.

Intenta aplicar la fórmula anterior.

Luego, la velocidad ha cambiado en  $8-4 = 4 \text{ m/s}$  y, en hacer ese cambio ha tardado  $4-2 = 2 \text{ s}$ , de forma que el ritmo al que ha cambiado la velocidad, es decir, la aceleración, ha sido:

$$a = \frac{8-4}{4-2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

Imagen de elaboración propia

Observa que **hubiésemos obtenido el mismo resultado si cogemos cualesquiera otros dos instantes de tiempo**, porque...

- ¡El movimiento es uniformemente acelerado!
- ¡Siempre acelera del mismo modo, al mismo ritmo!
- ¡La aceleración es constante!

Bien... seguro que ya has entendido por qué el movimiento que vas a estudiar se llama uniformemente acelerado, pero por si acaso... insistimos:

Porque su aceleración es constante, no cambia, es siempre la misma

(de ahí lo de uniformemente)

## Curiosidad

### ¡Ojo con la aceleración!

Debes tener mucho cuidado con esto de la aceleración. Es una palabra que usamos mucho en nuestro lenguaje cotidiano. No es raro escuchar frases como "acelera, acelera... que no llegamos" o "mi hermana está siempre acelerada" o "no aceleres tanto el coche, que lo vas a quemar"... y muchas más por el estilo.

Pero el significado que la palabra "aceleración" tiene en el lenguaje cotidiano no siempre coincide con lo que los científicos entienden por aceleración. Recuerda que...

en la ciencia, aceleración significa **siempre** "cambio de velocidad"

## Comprueba lo aprendido

### Autoevaluación

Señala en cuáles de las siguientes situaciones existe aceleración, tal y como se entiende en la Ciencia.

- ☐ Una moto que va por un tramo de carretera recto y largo, a 90 km/h, aprovecha para ponerse a 150 km/h.

- ☐ Un policía le dice a un señor: "No se acelere usted, que aquí parece que no ha pasado nada".



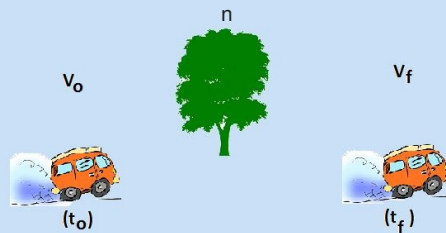
- ☐ Un tren circula con rapidez constante de 80 km/h por un tramo donde la vía hace una curva.
- ☐ Un coche circula por un tramo recto de autopista con una rapidez constante de 150 km/h y el cuenta-revoluciones marca 5000 r.p.m.
- ☐ Aquel motorista que iba ya a 150 km/h ve de repente a la pareja de la Guardia Civil y se deja media cubierta en el asfalto del frenazo que pegó.

#### Solution

1. [Correcto](#)
2. [Incorrecto](#)
3. [Correcto](#)
4. [Incorrecto](#)
5. [Correcto](#)

Volviendo a cómo podemos calcular la aceleración, lo que les "chifla" a los científicos, es disponer de una **expresión matemática** general, de una "fórmula" que les permita calcularla

## Importante



Elaboración propia a partir de imágenes en pixabay, [autobús](#) y [árbol](#).  
Dominio público

Si en el instante inicial  $\rightarrow t_0$  ( $t_{\text{inicial}}$ ), la velocidad de un cuerpo que se mueve con MRUA es  $\rightarrow v_0$  ( $v_{\text{final}}$ ); y en un instante posterior  $\rightarrow t_f$  ( $t_{\text{final}}$ ), la velocidad es  $\rightarrow v_f$  ( $v_{\text{final}}$ ). Entonces, la aceleración constante del movimiento es:

$$a = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}}$$

Imagen de elaboración propia

## Ejercicio resuelto

Por ejemplo...



A.- No todos los fórmula 1 son iguales, claro. Pero no es una barbaridad decir que pueden pasar de cero a cien en unos 2,4 s. Si acelera de manera uniforme, ¿con qué aceleración lo hace?

B.- Claro que, cuando el coche va a toda pastilla... digamos que a 320 km/h y se acerca a una curva que tiene que tomar solo a 80 km/h... no tendrá más remedio que frenar, ¿verdad? Si apura mucho la frenada, supongamos que lo hace en 1,6 s. En ese intervalo de tiempo..., ¿estará acelerando el fórmula 1? ¿Cuál será su aceleración?

A.- Para responder a esta cuestión **solo tenemos que sustituir en la "fórmula" los datos** que tenemos (pero expresados en las unidades adecuadas, es decir, las velocidades en m/s):

Haz clic en la imagen si la deseas agrandar

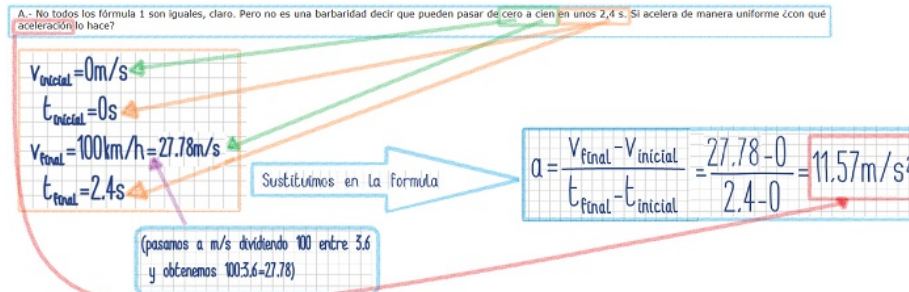


Imagen de elaboración propia

B.- Por supuesto que **estará acelerando**, es decir, que tendrá aceleración. ¿No está cambiando su velocidad? Sí, ¿verdad? Pues entonces... tiene aceleración.

Para calcularla hacemos como antes; solo tenemos que sustituir los datos en la "fórmula". Eso sí, ahora los datos son diferentes:

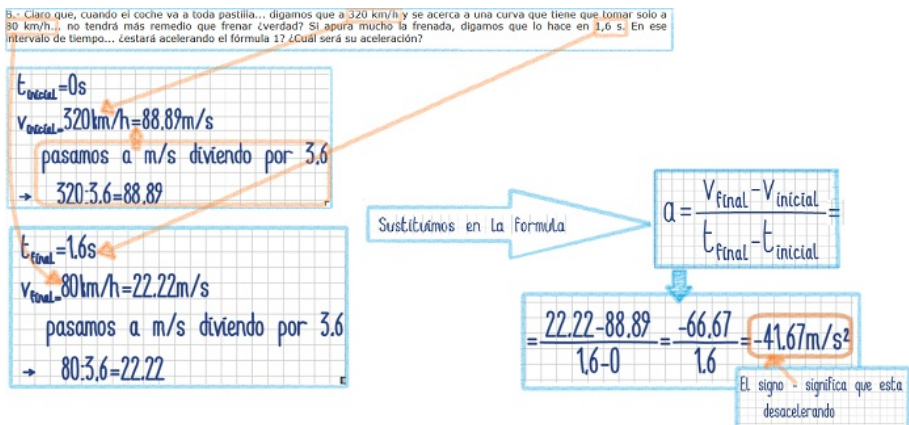


Imagen de elaboración propia

**Solución:** La aceleración del fórmula 1 ha sido de **- 41,67 m/s<sup>2</sup>**, o lo que es lo mismo, el fórmula 1 ha tenido una **aceleración de frenada de 41,67 m/s<sup>2</sup>**.

¡Nos sale una aceleración negativa! ¿Estará mal hecho el cálculo?

No, no... claro que puede ser una aceleración negativa (igual que una velocidad). **La aceleración es también un vector**, como la velocidad; **importa "hacia dónde" se acelera:**

- si se acelera **en el mismo sentido en que la velocidad...** ésta irá **aumentando**.
- si se acelera **en sentido contrario al que lleva la velocidad...** ésta irá **disminuyendo** (¡vamos frenando!)

Esto no tiene nada que ver con que la aceleración sea positiva o negativa. Eso depende, realmente, del sistema de referencia que hayamos tomado (igual que pasa con la velocidad):



El coche irá cada vez más rápido

El coche irá cada vez más despacio

El coche irá cada vez más rápido

El coche irá cada vez más despacio

Elaboración propia

## Comprueba lo aprendido

### Autoevaluación

¿Qué aceleración ha llevado un cohete espacial si ha pasado del reposo a 27875 km/h en 4 minutos y 20 s?

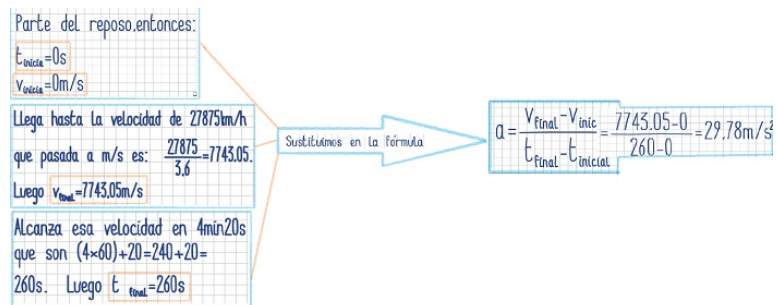
 Sugerencia

- ☐ Menos de  $20 \text{ m/s}^2$
- ☐ Entre  $20 \text{ m/s}^2$  y  $40 \text{ m/s}^2$
- ☐ Más de  $40 \text{ m/s}^2$

 No, no... repite los cálculos.

 ¡Excelente! Exactamente unos  $29,78 \text{ m/s}^2$  ¡Si sigues así... vas para ingenier@ de la NASA!

Seguro que tus cálculos coinciden con los siguientes. (Haz clic sobre la imagen para aumentarla):



Parte del reposo, entonces:  
 $t_{\text{inicio}} = 0 \text{ s}$   
 $v_{\text{inicio}} = 0 \text{ m/s}$

Llega hasta la velocidad de 27875 km/h  
que pasada a m/s es:  $\frac{27875}{3.6} = 7743.05$   
Luego  $v_{\text{final}} = 7743.05 \text{ m/s}$

Alcanza esa velocidad en 4 min 20 s  
que son  $(4 \times 60) + 20 = 240 + 20 = 260 \text{ s}$   
Luego  $t_{\text{final}} = 260 \text{ s}$

Sustituimos en la fórmula

$$a = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{inicio}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}} = \frac{7743.05 - 0}{260 - 0} = 29.78 \text{ m/s}^2$$

Imagen de elaboración propia

 Lo siento... pero me parece que hay algo que no has hecho bien.

### Solution

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)

## 2.2. Primero las gráficas



A estas alturas ya debes tener muy claro que las gráficas que representan a los movimientos pueden resultarnos de gran utilidad para obtener información sobre los mismos. Por ejemplo, saber cuáles son las **constantes del movimiento**, es decir, los valores que no cambian durante todo el movimiento.

En cualquier M.R.U.A. hay tres constantes, tres valores que no cambian:

La posición que ocupaba el cuerpo en el instante inicial (es decir, cuando  $t = 0$ ). Esa posición la solemos llamar **posición inicial** (evidentemente) y la representamos por  $e_0$ .

La velocidad que poseía el cuerpo cuando se inició el movimiento acelerado (normalmente para  $t = 0$ ). A esta velocidad la solemos llamar **velocidad inicial** y la representamos por  $v_0$ .

Por supuesto, **la aceleración**, que es la principal constante de un MRUA.

Claro, que entre las gráficas del MRU y las del MRUA hay grandes diferencias... En particular, al estudiar el MRU nos fijamos sobre todo en la gráfica  $e-t$  (la gráfica  $v-t$ , al ser  $v$  constante, tenía poca "chicha"). Pero ahora, en el MRUA, la velocidad no es constante y la gráfica  $v-t$  sí que nos va a ser muy útil.



Imagen en Wikimedia  
commons de  
Everaldo Coelho. Gnu LGPL

Empieza por experimentar con la siguiente [aplicación de Walter-Fendt](#). Al mismo tiempo que se mueve el coche, se irá dibujando la gráfica correspondiente ( $e-t$  aunque en esta aplicación es la  $x-t$ ,  $v-t$  y  $a-t$ ) e irán apareciendo más datos sobre el movimiento.

Observa bien cómo son las gráficas que obtienes...

Como puedes ver, **la gráfica  $v-t$**  se trata de **una recta**, cuya pendiente depende de la aceleración. Pero **la gráfica  $e-t$**  (también la verás a veces como  **$x-t$** )... ¡Es nueva! Se trata de una parábola... bueno, de **una rama de parábola**.

¿Una "rama de parábola"? ¿Y qué es eso de una parábola?... No, no te hablamos de esos relatos cortos, claros, sencillos, cuya finalidad es transmitir una enseñanza de un modo comprensible y fácil de recordar; te hablamos de otra cosa... Si no tienes claro de qué, visita el siguiente enlace:

[La parábola](#)

### Curiosidad

#### Sigue practicando...

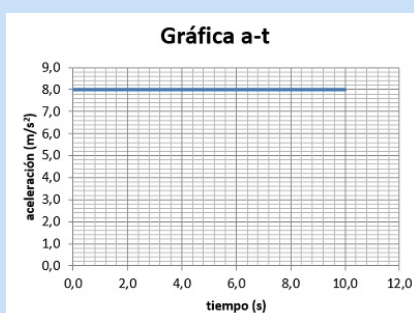
En el siguiente enlace te puedes descargar una hoja de cálculo similar a la que ya usaste para estudiar el MRU. Es muy importante que la descargues y trabajes con ella.

La hoja te permite elegir no solo la aceleración, sino también la velocidad inicial y la posición inicial de un móvil que se mueve con MRUA. A partir de esos datos, calcula las posiciones que el móvil ocupará en los 10 primeros segundos de su movimiento y la velocidad que llevará en cada uno de esos instantes. Por último, te muestra las gráficas del movimiento ( $e-t$ ,  $v-t$  y  $a-t$ ).

[Gráficas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.](#)

Como habrás comprobado...

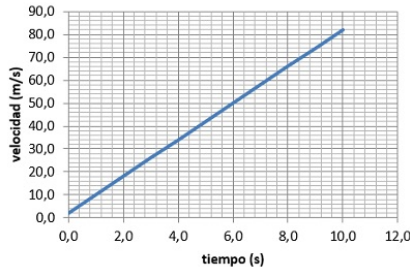
### Importante



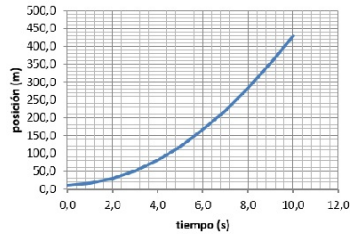
La **gráfica  $a-t$**  de un MRUA es una **línea recta horizontal**, puesto que la aceleración permanece constante.

La **gráfica  $v-t$**  de un MRUA es una **línea recta**, en la que:

Gráfica v-t



Gráfica e-t



Imágenes de elaboración propia

- la **pendiente** nos dice la **aceleración** del movimiento.
- la **ordenada en el origen**, donde la **gráfica corta al eje v**, nos dice la **velocidad inicial del móvil**, la velocidad que llevaba cuando empezó a acelerar.

La **gráfica e-t** de un **MRUA** es una **rama de parábola**, en la que:

- la **pendiente** en cada punto nos dice la **velocidad** del movimiento en el instante considerado.
- la **ordenada en el origen**, donde la **gráfica corta al eje e**, nos dice la **posición inicial del móvil**, la posición que ocupaba cuando empezó a acelerar.

¿Has entendido bien todo esto de las gráficas del MRUA?... ¡Compruébalo!

## Reflexiona

### Las cosas son diferentes al MRU...

Una de las características del MRU era que se recorrían distancias iguales en tiempos iguales, ¿lo recuerdas?

Como siempre que pensamos en un movimiento se nos viene a la cabeza un MRU, solemos pensar que esto es siempre así. ¿Crees que en un MRUA a tiempos iguales se recorren distancias iguales?

Pues no, a tiempos iguales son distancias diferentes.

Hemos usado la hoja de cálculo que se te ofrece en el apartado Curiosidad para realizar la gráficas del MRUA y partiendo de una posición inicial  $e_0 = 0\text{m}$ , velocidad inicial  $v_0 = 2\text{m/s}$  y una aceleración  $a = 8\text{m/s}^2$ , hemos obtenido los siguientes datos:

$e_0$ (m) =	0
$v_0$ (m/s) =	2
$a$ (m/s <sup>2</sup> ) =	8

t(s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0
e (m)	0,0	6,0	20,0	42,0	72,0

Imagen de elaboración propia

Fíjate, cuando ha pasado 1 segundo ha recorrido 6 m. Sin embargo, cuando han pasado 2 segundos, no ha recorrido 12 m (el doble) sino 20 m.

## Importante

En un **M.R.U.A**, a tiempos iguales transcurridos no corresponden distancias iguales.

## Comprueba lo aprendido

### Completa

1. ¿Cómo es la gráfica e-t de un MRUA?
2. ¿En qué detalle de la gráfica v-t de varios MRUA tenemos que fijarnos si queremos saber, de un vistazo, cuál de ellos es el que ha llevado una aceleración mayor?
3. ¿Cómo es la gráfica v-t de un MRUA?

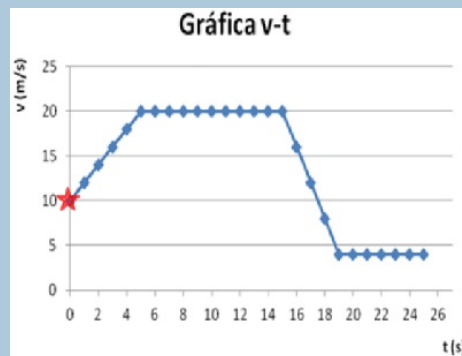
### Comprobar respuesta

1. ¿Cómo es la gráfica e-t de un MRUA? **Siempre una parábola**
2. ¿En qué detalle de la gráfica v-t de varios MRUA tenemos que fijarnos si queremos saber, de un vistazo, cuál de ellos es el que ha llevado una aceleración mayor? **En la pendiente de la gráfica**
3. ¿Cómo es la gráfica v-t de un MRUA? **Siempre una recta**

## Curiosidad

### ¡No te sorprendas!

Puedes encontrarte gráficas v-t como la que ves aquí...



Elaboración propia

No es una línea recta, ¿verdad? ¿Será la gráfica de un MRUA?... Pues no exactamente, pero sí, porque todos sus tramos son rectos y ya has visto que una gráfica v-t recta siempre representa un movimiento uniformemente acelerado (sea rectilíneo o no).

**Estas gráficas son muy frecuentes** y representan, realmente, un movimiento que... a ratos es uniforme, a ratos es uniformemente acelerado, a ratos lleva una aceleración, a ratos otra... En fin, visualiza el siguiente vídeo (de elaboración propia) y observa cómo se podría "sacar" información de esta gráfica hecha "a trozos":

 [Gráfica v-t... a trozos](#)

## Para saber más

La gráfica de una función cuadrática es una parábola. Si quieres aprender más sobre la función cuadrática, en el siguiente enlace dispones de muchas videolecciones del canal Childtopía:

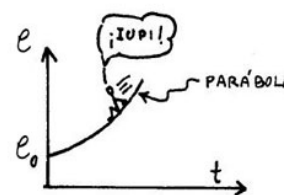
 [La función cuadrática](#)



## ¿Has comprendido bien cómo son las gráficas e-t y v-t del MRUA? ¿Sí? ¿Seguro?...

Pues entonces ya estás en condiciones de dar un pasito más en el estudio de este movimiento y conocer cuáles son las ecuaciones del MRUA.

Sí, sí, las ecuaciones, en plural, porque **en el MRUA hay dos magnitudes que van cambiando con el tiempo**, la posición y la velocidad. Por tanto, **existe una ecuación para cada una de ellas**.



Elaboración propia

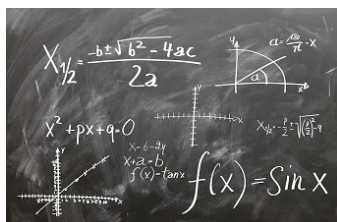


Imagen en Pixabay de Geralt. Dominio Público

Las matemáticas vienen en nuestra ayuda y lo hacen en forma de... **ECUACIONES DE MOVIMIENTO**.

Las ecuaciones del movimiento las podemos "obtener" de las gráficas, si sabemos la función a la que representan... ¡Y resulta que sí, que las sabemos!

- La gráfica v-t de un MRUA es una "vieja conocida"; es la representación de **una función afín**.
- La gráfica e-t es nueva para nosotros, pero en el apartado anterior ya la has conocido bien... es la representación de **una función cuadrática**.

Si repasas lo que ya has aprendido sobre las funciones afines, las funciones cuadráticas y las funciones que representan, no te costará ningún trabajo entender que...

### Importante

- La **ecuación de la velocidad** de un movimiento uniformemente acelerado es una función afín, de la forma:

$$v = v_{\text{inicial}} + a \cdot t$$

Imagen de elaboración propia

- La **ecuación de la posición** de un movimiento uniformemente acelerado es una función cuadrática, de la forma:

$$e = e_{\text{inicial}} + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Imagen de elaboración propia

A esta última fórmula se la conoce como **ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado**

- Fijándote en determinados números (coeficientes) de cada una de las ecuaciones ya dispones de información de la gráfica (Haz clic sobre la imagen para ampliarla).

$$v = v_{\text{inicial}} + a \cdot t$$

Si el número que acompaña a la t es +, es decir, que la aceleración es +, entonces su gráfica es una recta creciente

Si el número que acompaña a la t es -, es decir, que la aceleración es -, entonces su gráfica es una recta decreciente

Si el número que acompaña a la t² es +, es decir, que la aceleración es +, entonces su gráfica es una rama de una parábola del tipo U

$$e = e_{\text{inicial}} + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Si el número que acompaña a la t² es -, es decir, que la aceleración es -, entonces su gráfica es una rama de una parábola del tipo n

Imagen de elaboración propia



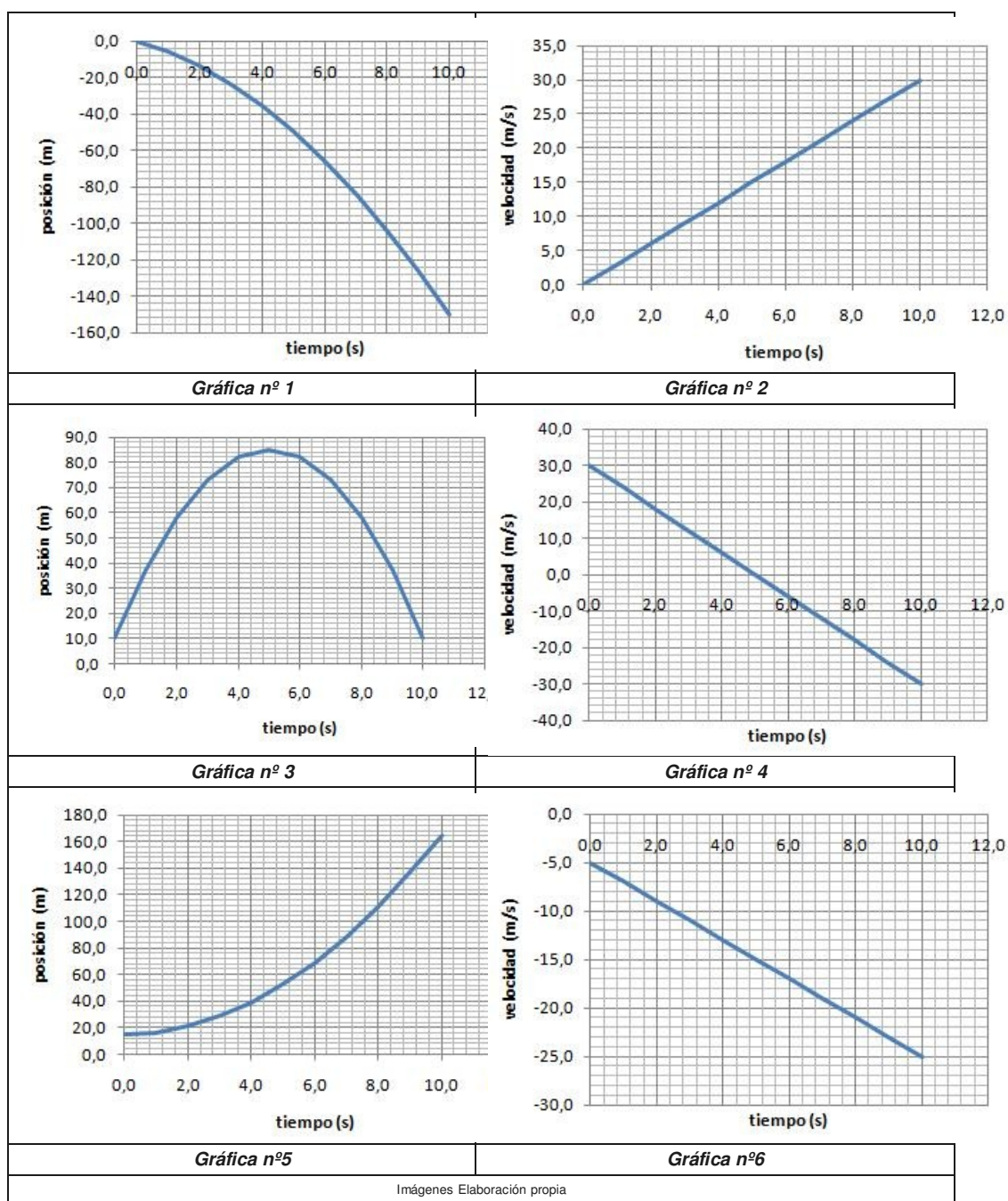
Estas ecuaciones son un poquito más complicadas que las del MRU, pero seguro que después de ver las siguientes animaciones no te queda ninguna duda de la relación que hay entre ellas y las gráficas del movimiento:

 La gráfica v-t y la ecuación de la velocidad del MRUA.

 La gráfica e-t y la ecuación de posición del MRUA.

## Comprueba lo aprendido

2. Observa con atención las siguientes gráficas. Todas representan movimientos uniformemente acelerados...



Esas gráficas corresponden a las siguientes ecuaciones de movimiento:

$e = 5t - t^2$ ecuac. A	$v = 3t$ ecuac. B	$v = 5 - 2t$ ecuac. C	$e = 10 + 30t - 3t^2$ ecuac. D	$v = 30 - 6t$ ecuac. E	$e = 15 + 1.5t^2$ ecuac. F
----------------------------	----------------------	--------------------------	-----------------------------------	---------------------------	-------------------------------

Imagen elaboración propia

Haz que correspondan cada una de las gráficas con la ecuación a la que representa...

(Si te resulta muy difícil hacerlo así, a pelo, solo observando las gráficas, te sugiero que uses el archivo excel que maneja en el apartado anterior. Sólo tienes que poner las constantes del movimiento adecuadas y comparar las gráficas que obtienes con las del ejercicio... Observa que en lo que tienes que fijarte es en si se trata de una gráfica v-t o e-t y en los valores iniciales de e o de v, según corresponda)

Gráfica	Ecuación
1	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>

Enviar

Pincha en la imagen si deseas agrandarla

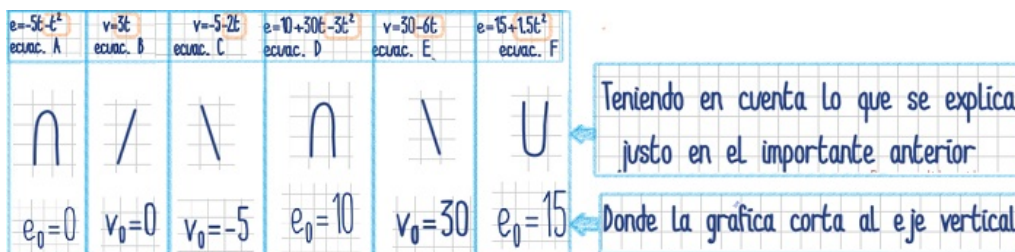


Imagen de elaboración propia

## Ejercicio resuelto

### ¡Vamos, vamos... qué hay prisa!

El AVE S-103 que une Madrid y Barcelona puede alcanzar una velocidad máxima de hasta **350 km/h**. Claro, que ir tan rápido no se consigue así como así... y es que el *bicho* tiene una masa de "solo" 425.000 kg, que no son fáciles de acelerar (como verás en el tema 4 de este mismo bloque)

De hecho, pasa **de cero a cien** en unos **50 s...**

- ¿Con qué aceleración arranca el AVE S-103?
- Si mantuviera esa aceleración constante, ¿cuánto tiempo tardaría en alcanzar su velocidad máxima?

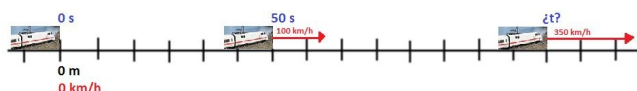


Imagen en flickr de Miguel González Page.  
Licencia cc

Como cuando estudiábamos el MRU, lo primero que tenemos que hacer cuando vamos a resolver un problema de movimientos es **establecer el sistema de referencia**. Recuerda que nos vale cualquiera, pero que siempre debemos elegir:

- el que nos permita obtener la ecuación de movimiento más sencilla.
- el que nos permita tener una comprensión más clara del movimiento que estamos estudiando.

En este caso vamos a elegir el sistema de referencia que puedes ver en la imagen.



Elaboración propia a partir de Imagen en pixabay de Andi Graf. Dominio público

El segundo paso que debemos dar es **escribir cuáles son las constantes del movimiento en ese sistema de referencia**.

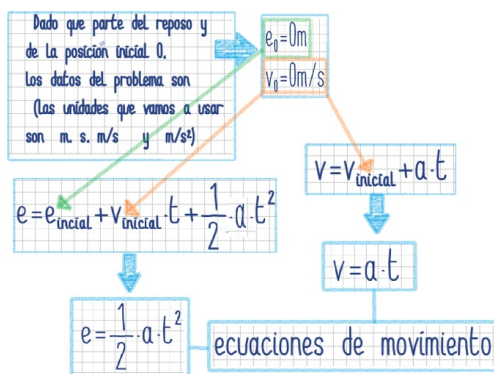


Imagen de elaboración propia

(Observa como una adecuada elección del sistema de referencia nos permite tener ecuaciones de movimiento muy sencillas, pues la posición y la velocidad inicial "desaparecen" de las ecuaciones)

Con la ecuación de movimiento podemos ya calcular cualquier cosa que queramos. El problema es que, en este caso, no conocemos la aceleración del movimiento... ¡Tenemos las ecuaciones incompletas!... De manera que **ha llegado la hora de pensar**.

(a) Pasa de 0 a 100 km/h  
(100 : 3.6 = 27.77 m/s)  
en 50s

$$v = a \cdot t$$

27.77 = a · 50  
El 50 que multiplica en el lado derecho  
pasa al lado izquierdo dividiendo.  
 $\frac{27.77}{50} = a \rightarrow 0.55 \text{ m/s}^2 = a$

(b) En este apartado nos piden el tiempo hasta alcanzar la velocidad máxima de  $350 \text{ km/h}$  ( $\approx 97.22 \text{ m/s}$ )

$$0.55 \text{ m/s}^2 = a$$

$$v = a \cdot t$$

$$97.22 = 0.55 \cdot t$$

$$\frac{97.22}{0.55} = t$$

$$177.76 \text{ s} = t$$

Tarda casi  $176 \text{ s}$  que equivalen a  $2 \text{ min } 56 \text{ s}$  en alcanzar su velocidad máxima

(Recuerda: siempre es conveniente expresar las soluciones en las unidades que sean lo más comprensibles)

## Ejercicio resuelto

### ¡Echa el freno...!

Pero si difícil es poner al tren a esas velocidades... ¡No veas lo que cuesta pararlo!

La aceleración con la que puede frenar el S-103 es, tan solo, de  $1,21 \text{ m/s}^2$  (es muy difícil detener un vehículo tan pesado).

¿Cuánto tiempo tardará en detenerse el tren si frena de manera constante y empieza a frenar cuando va a su máxima velocidad?

Mientras frena... avanza, por supuesto. Pero ¿qué distancia recorrerá desde que empieza la frenada hasta que, por fin, consigue detenerse?

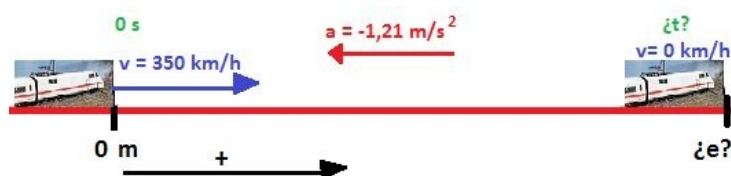


Imagen en Pixabay de Mathis\_GERMA. Dominio público

De nuevo, **tenemos que empezar** a pensar en este problema **estableciendo un sistema de referencia**. Recuerda que nos sirve cualquiera, pero que siempre debemos intentar buscar uno que:

- nos permita obtener la ecuación de movimiento más sencilla.
- nos permita tener una comprensión más clara del movimiento que estamos estudiando

En este caso parece lógico ponerse en la piel del propio maquinista del tren, ¿no crees? Y así, considerar que el origen del sistema de referencia está en el punto donde empieza la frenada. Vamos a usar el sistema de referencia que ves en la imagen:



Elaboración propia a partir de Imagen en pixabay de Andi Graf. Dominio público

Fíjate en que la aceleración, en este sistema de referencia, debe ser negativa, puesto que estamos considerando que la velocidad que lleva el tren es positiva; y para frenar, el tren debe acelerar en sentido contrario a la velocidad que lleve.

Segun nuestro nuevo sistema de referencia:  
 La posición inicial es  $e_0=0m$   
 La velocidad inicial ahora es la velocidad máxima.  
 que en m/s es  $v_0=97.22m/s$   
 Y la aceleración para frenar es  $a=-1.21m/s^2$

$$v = v_{inicial} + a \cdot t$$

$$v = 97.22 - 1.21 \cdot t$$

$$e = e_{inicial} + v_{inicial} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$e = 97.22 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-1.21) \cdot t^2$$

$$e = 97.22 \cdot t - 0.605 \cdot t^2$$

ecuaciones de movimiento

Para responder a la primera pregunta,  
 nos damos cuenta de que cuando se para,  
 su velocidad es  $0 \text{ m/s}$

$$v = 97.22 - 1.21 \cdot t$$

$$0 = 97.22 - 1.21t \quad (-1.21t \text{ pasa del lado derecho al lado izquierdo sumando y queda})$$

$$1.21t = 97.22 \quad (1.21 \text{ pasa dividiendo al lado derecho})$$

$$t = \frac{97.22}{1.21} = 80.34s \quad (\text{unos } 80s = 1 \text{ min } 20s \text{ tarda en pararse})$$

Imagen de elaboración propia

Como  $t = 80.34s$ .

$$e = 97.22 \cdot t - 0.605 \cdot t^2$$

$$e = 97.22 \cdot 80.34 - 0.605 \cdot 80.34^2 =$$

$$= 7810.65 - 0.605 \cdot 6454.51 =$$

$$= 7810.65 - 3904.97 = 3905.68m$$

Muy cerca de los  $4000m$ .  
 Tarda en pararse casi  $4km$ !

Imagen de elaboración propia

(Recuerda que siempre es conveniente expresar las soluciones en unidades que sean lo más fácilmente comprensibles)



### 3. Cuando la aceleración es la gravedad



Hay un MRUA que es especialmente importante por "lo cerca" que lo tenemos.

Al decir "cerca" nos referimos a que es un fenómeno muy cotidiano; todos los días vemos ejemplos de ese movimiento (más o menos) ¿O acaso no has visto nunca **algo que se cae desde cierta altura**, como una hoja que cae de un árbol, por ejemplo? ¿O no has **lanzado algo verticalmente hacia arriba** (una piedra, una pelota...)?

Pues bien, el movimiento de esos objetos que caen o que se lanzan verticalmente hacia arriba **es un MRUA**, cuya **aceleración constante** vale **9,8 m/s<sup>2</sup>** y **SIEMPRE** está **dirigida hacia el centro de la Tierra**.

A esa aceleración con la que caen los objetos se la suele llamar la **aceleración de la gravedad** y se suele representar por la letra **g**.

El estudio de estos movimientos es muy sencillo porque... **¡Siempre sabemos lo que vale la aceleración!**

#### Importante

Las ecuaciones del movimiento para la caída libre o un lanzamiento en vertical son:

$$v = v_{\text{inicial}} + g \cdot t$$
$$e = e_0 + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y vale  $+9.8 \text{ m/s}^2$  o  $-9.8 \text{ m/s}^2$  dependiendo de nuestro sistema de referencia.

Imagen de elaboración propia

#### Ejercicio resuelto

##### Todo empezó con una manzana... en caída libre

Según cuenta la leyenda, Newton llevaba ya bastante tiempo dándole vueltas al tema de porqué caían los cuerpos, hasta que un día... se le cayó la manzana en la cabeza.

Sí, así como lo lees. Estaba leyendo bajo un gran manzano cuando una manzana madura se desprendió del árbol y fue a caer justo a su lado. Como te digo, la leyenda cuenta que entonces Newton comprendió por fin porqué las cosas caían como caían.

Pero claro... eso es... solo una leyenda.

Imagina que Newton hubiese "acechado" otra manzana (no dudes que si la leyenda es cierta, seguro que lo hizo) y hubiese medido el tiempo que tardase en caer: 85 centésimas de segundo, es decir, 0,85 s.

¿Podría haber podido calcular Newton con esos datos desde qué altura cayó la manzana? ¿Y tú, lo podrías calcular?

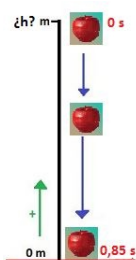
Newton no lo sé... pero tú seguro que sí lo has podido hacer. Esta situación es muy similar a la de los dos ejemplos anteriores, los del AVE, y "se le mete mano" como a todos los problemas de movimiento:

Lo primero, como siempre, será **establecer un sistema de referencia** adecuado.

Recuerda:

- el que nos permita obtener la ecuación de movimiento más sencilla.
- el que nos permita tener una comprensión más clara del movimiento que estamos estudiando.

En este caso vamos a elegir el que ves en la figura, con el origen en el suelo y el sentido positivo hacia arriba (que parece lo más lógico, ¿no?).



Elaboración propia a partir de Imagen en



Imagen en Pixabay de [mariocolantonio](#).  
Dominio público

$e = h$  m. Es lo que queremos calcular.  
 La altura desde la que cayó la manzana.  
 $v_i = 0 \text{ m/s}$  (La manzana no se movía cuando empezó a caer)  
 $g = -9.8 \text{ m/s}^2$  (Es la de la gravedad y es negativa porque va hacia abajo según nuestro sist. referencia)

$v = v_{\text{inicial}} - 9.8 \cdot t$   
 $v = -9.8 \cdot t$

$e = e_{\text{inicial}} + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$   
 $e = h - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot t^2$

ecuaciones de movimiento

pixabay. Dominio público

Imagen de elaboración propia

Y ahora llega el momento de pensar. Queremos saber la altura desde la que cayó la manzana y para eso habrá que usar la ecuación de la posición, ¿verdad? Porque allí precisamente sale la  $h$ . Pero claro, hay un montón de cosas que no sabemos:  $h$ ,  $v$ ,  $e$  y  $t$ . ¿Por dónde empezamos?

Pues bien, la verdad es que sabemos más de lo que creemos.... Por ejemplo, ¡sabemos t!

Sabemos que cuando  $t = 0.85 \text{ s}$ ,  
 la manzana llega al suelo, es decir,  
 la posición de la manzana es  $e = 0 \text{ m}$ .

$e = h - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot t^2$

$0 = h - 4.9 \cdot 0.85^2$  Efectuamos operaciones y obtenemos  
 $0 = h - 3.54$   
 Pasamos  $-3.54$  a la izquierda (sumando)  
 $3.54 = h$

La manzana cayó desde 3.54 m

Imagen de elaboración propia

(Recuerda que siempre es conveniente expresar las soluciones en una unidades que sean lo más fácilmente comprensibles)

¿Y si en lugar de una deliciosa manzana, hubiera sido una hoja la que se cae del árbol, pero desde la misma altura?

¿Habría tardado el mismo tiempo? ¿Tal vez más...?

Tu experiencia te dice que... ¡POR SUPUESTO QUE SÍ! La hoja tardaría más tiempo en caer, ¿verdad?

Pero... ¿Y si no hubiera aire? ¿Qué pasaría si tanto la manzana como la hoja cayesen... pero en el vacío, donde no la pudiera frenar el aire?



Imagen en Pixabay de Erniene. Dominio público

## Curiosidad

### Parece mentira pero...

... en ausencia de aire, en el vacío, todos los cuerpos caen de la misma forma, con la misma aceleración, con la misma velocidad. Es algo que no nos imaginamos porque, claro, siempre hemos visto las cosas caer "habiendo aire".

Es algo que ya nos dejó dicho **Galileo** hace muchos, muchos años (en el siglo XVII), y que los astronautas que llegaron a la Luna en la misión Apolo XV pudieron comprobar "en directo" (allí no hay aire que frene la caída de los cuerpos y, además, la aceleración de la gravedad es mucho más pequeña que en la Tierra, solo  $1.6 \text{ m/s}^2$ , con lo que "se ve mejor", las cosas caen más despacio). En el siguiente vídeo de [Andrew Faaroh](#) tienes la prueba.





Vídeo de [Andrew Faaroh](#) en youtube

### Transcripción del Diario de a bordo

167:22:06 Scott: Bien, en mi mano izquierda tengo una pluma y en la derecha un martillo. Y supongo que una de las razones por la que estamos hoy aquí es por un caballero llamado Galileo, porque hace mucho tiempo hizo un importante descubrimiento sobre los cuerpos que caen en un campo gravitatorio. Y pensamos que la Luna sería el mejor lugar para confirmar sus ideas.

167:22:28 Scott: Ahora lo intentaremos para que lo veas. Concretamente, la pluma es de un halcón, una pluma de halcón de nuestro Halcón (se refiere al halcón del escudo de..). Ahora soltaremos los dos a la vez y, esperemos, llegarán al suelo a la vez. (Pausa)

167:22:43 Scott: ¡Qué te parece!

167:22:45 Allen: ¡Qué te parece! (Aplausos en Houston)

167:22:46 Scott: Lo que demuestra que las ideas de Galileo eran correctas. (Pausa)

## Para saber más

### Caída libre pero... hacia arriba

¿Qué sucede cuando, en vez de dejar caer un cuerpo, lo lanzamos hacia arriba? Sabes que, al final, acabará bajando. Pero... ¿Por qué no sube indefinidamente? ¿Cómo saber hasta qué altura subirá? ¿Cuánto tiempo estará subiendo?

Si haces clic sobre la imagen accederás a un documento donde encontrarás respuesta a estas preguntas, y podrás aprender a resolver ejercicios sobre ascenso y caída de cuerpos.



Imagen en Pixabay de  
[coffee](#). Dominio público

## Importante

En este tema has usado lo que aprendiste en el Tema 1 de este bloque para profundizar en el estudio de algunos movimientos especialmente importantes y sencillos:

- el movimiento rectilíneo uniforme (MRU).
- el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).

De ellos has estudiado cómo son las gráficas que los representan y las ecuaciones que los describen, así como el procedimiento que se debe seguir para resolver un problema de movimientos.

También has aprendido a resolver sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas y ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

## Importante

El **movimiento uniforme** es aquel cuya **rapidez es constante**, es siempre la misma.

Si además, también la dirección del movimiento y su sentido son siempre los mismos, el **movimiento será rectilíneo y uniforme (MRU)**.

En un MRU no solo es constante la rapidez, sino también la velocidad.

La característica más destacada de un movimiento uniforme es que **el móvil recorre distancias iguales en tiempos iguales**.

La gráfica más importante de un MRU es la **gráfica posición-tiempo (e-t)**. Siempre es una recta y de ella podemos obtener las **constantes del movimiento**:

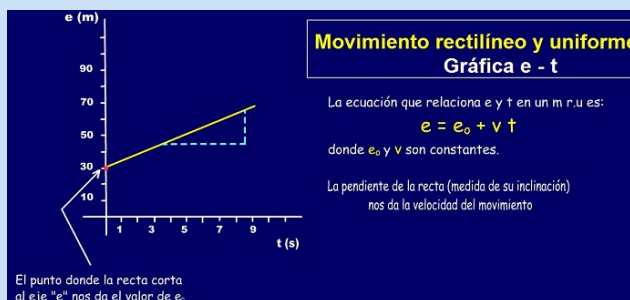


Imagen Elaboración propia

El punto donde la recta corta al eje "e" nos indica la **posición inicial** del móvil (posición cuando  $t=0$ )

La pendiente (constante) de la recta nos indica la **velocidad** del móvil.

La ecuación más importante y útil del MRU es la **ecuación de posición**, que nos permite calcular la posición del móvil en cualquier instante.

## Importante

El **movimiento uniformemente acelerado** es aquel cuya **aceleración es constante**, es siempre la misma.

Si además, la trayectoria es una línea recta, se tratará de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).

La aceleración nos indica **cómo de rápido varía la velocidad** de un cuerpo.

Las características más destacadas de un MRUA son:

**La velocidad varía siempre del mismo modo, al mismo ritmo**, ya sea aumentando la rapidez o disminuyéndola (frenando)

**El móvil no recorre distancias iguales en tiempos iguales**

Hay un caso especial de m.r.u.a.: el de **caída libre y lanzamiento vertical**. En estos movimientos la aceleración es la de la **gravedad**.

En el MRUA hay dos gráficas importantes:

La **gráfica v-t** de un **MRUA** es una **línea recta**, en la que:

- la **pendiente** nos dice la **aceleración** del movimiento.
- la **ordenada en el origen**, donde la **gráfica corta al eje v**, nos dice la **velocidad inicial del móvil**, la velocidad que llevaba cuando empezó a acelerar.

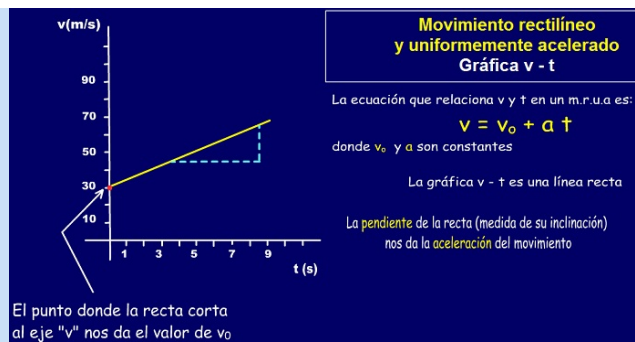


Imagen Elaboración propia

La gráfica e-t de un MRUA es una **rama de parábola**, en la que:

- la **pendiente** en cada punto nos dice la **velocidad** del movimiento en el instante considerado.
- la **ordenada en el origen**, donde la **gráfica corta al eje e**, nos dice la **posición inicial del móvil**, la posición que ocupaba cuando empezó a acelerar.

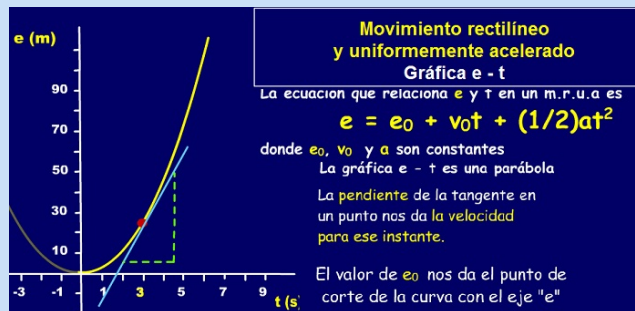


Imagen Elaboración propia

## Importante

Para resolver los problemas de movimiento rectilíneo uniforme es aconsejable seguir una estructura y un orden. Si haces clic sobre la imagen te podrás descargar un documento con problemas resueltos de posición y movimiento, M.R.U. y M.R.U.A.

**10 PASOS PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE MOVIMIENTO**

<b>1</b> LEE EL ENUNCIADO ATENTAMENTE	<b>6</b> REFLEXIONA SOBRE QUÉ MAGNITUD TIENES QUE CALCULAR Y QUÉ DATOS VAS A NECESITAR.
<b>2</b> HAZ UN ESQUEMA GRÁFICO DE LA SITUACIÓN	<b>7</b> SUSTITUYE EN LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO LOS DATOS NECESARIOS (MUCHO CUIDO CON LAS UNIDADES).
<b>3</b> ESTABLECE EL SISTEMA DE REFERENCIA Dónde está el origen y cuál es el sentido positivo	<b>8</b> RESUELVE LA ECUACIÓN (ECUACIONES) QUE OBTIENES
<b>4</b> ESCRIBE EL VALOR DE LAS CONSTANTES DEL MOVIMIENTO: POSICIÓN INICIAL Y VELOCIDAD	<b>9</b> DA LA SOLUCIÓN, RESPONDIENDO A LA PREGUNTA DEL PROBLEMA.
<b>5</b> ESTABLECE LA ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO (AUNQUE LA TENGAS INCOMPLETA)	<b>10</b> SI ES NECESARIO, CAMBIA LAS UNIDADES DE LA SOLUCIÓN PARA QUE SE ENTienda CON FACILIDAD

Imagen Elaboración propia

## Comprueba lo aprendido

### 1. ¿Tendrá razón Javier?

Javier ha dedicado el día al submarinismo, se ha ido a los Gigantes, en Tenerife, pues allí hay un club de buceo que prepara inmersiones para principiantes como él. Así que a media mañana, una pequeña embarcación lo ha llevado a la zona de inmersión.

La zona de inmersión está próxima a un acantilado, la verdad que estimar la distancia al acantilado parece difícil, parece que está al lado, pero y si no es así.

A Javier se le ocurrió una manera de salir de dudas, si la embarcación tocara la bocina o pegáramos un grito muy fuerte y contáramos el tiempo que tarda en escucharse el eco, podría averiguar la distancia. Así lo hizo y el eco tardó en escucharse 10 segundos.



Imagen en Pixabay de Stux. Dominio público

Javier realizó los siguientes cálculos:

- como el sonido se transmite en el aire con rapidez constante de 340 m/s, se tratará de un MRU, por lo que voy a aplicarle la ecuación para dicho movimiento:

$$e = e_0 + v \cdot t, \text{ que aplicada al caso del sonido: } e = 0 + 340 \cdot 10 = 3400 \text{ m.}$$

Por lo tanto el acantilado se encuentra a una distancia de 3400 m, es decir a 3,4 km de distancia.

Ahora debes elegir la respuesta correcta a la siguiente pregunta:

¿Cómo es el razonamiento que hace Javier ?

#### Comprobar respuesta

Veamos:

Aunque el razonamiento de Javier es correcto cuando afirma que el movimiento del sonido es un MRU; no ha tenido en cuenta que el movimiento del sonido es de ida hacia el acantilado y de vuelta hasta la embarcación.

Como el movimiento del sonido lleva la misma rapidez en la ida que en la vuelta y la embarcación no se está moviendo, el sonido tardará en la ida lo mismo que en la vuelta. Por tanto, de los 10 s que tarda el sonido; la mitad, 5 s, se dedican a la ida y otros 5 s, a la vuelta.

Para el movimiento de ida, fijado el sistema de referencia en la embarcación, tendremos que:

$$e_0 = 0, v = 340 \text{ m/s y } t = 5 \text{ s.}$$

$$e = e_0 + v \cdot t$$

$$e = 0 + 340 \cdot 5 = 1700 \text{ m}$$

Imagen de elaboración propia

Por tanto, el acantilado se encuentra a una distancia de 1700 m, es decir, a 1,7 km.

## Actividad de lectura

### 2. ¿Cuánto tardará?

Un barco viaja a una velocidad constante de 40 nudos. Está a 45 km del puerto más cercano y su trayectoria para llegar a él será rectilínea. ¿Cuánto tardará en llegar al puerto? Expresa el resultado en unidades adecuadas al contexto. Si salió para el puerto al medio día, ¿a qué hora llegó?

Nota: un nudo equivale a 1,852 km/h.

¿A que no era complicado?

Como no nos indica expresamente que utilizemos unidades del SI, vamos a utilizar como unidad de longitud el km y el tiempo en horas.

Así que tendremos que expresar los nudos en km/h, por lo que 40 nudos equivalen a :

40 · 1,852 km/h, es decir, **la rapidez del barco es de 74,08 km/h.**

Como el movimiento lleva **velocidad constante**, y a lo largo de una **trayectoria rectilínea**, se tratará de un MRU. Para estudiar el movimiento podemos fijar el **sistema de referencia** en la posición que ocupa inicialmente el barco y considerar positiva el sentido que va hacia el puerto.

Con este sistema de referencia:

$e_0=0$   $e=45\text{km}$   $v=74,08\text{km/h}$   
 $t=?$   
MRU  $\rightarrow e=e_0+vt$   
 $45=0+74,08 \cdot t$   
 $45=74,08 \cdot t$   
Para averiguar  $t$ , hay que resolver la ecuación  
 $74,08$  pasa dividiendo al lado izquierdo y queda  
 $\frac{45}{74,08}=t$   
 $0,6074=t$ , por tanto  $t=0,6074\text{h}$   
Pasamos a minutos y segundos  
 $0,6074 \times 60 = 36,444\text{min}$   
 $36\text{min} + 0,444\text{min}$   
 $\times 60$   
**36min 26.64s**

Imagen de elaboración propia

Por tanto si partió a las 12 horas, el barco llegará al puerto a las **12 horas, 36 minutos y 27 segundos.**



Imagen en Pixabay de ASSY. Dominio público

En el problema anterior hemos pasado 0,6074h a horas, minutos y segundos para que el resultado fuese más fácil de entender.

Si quieres aprender cómo se hace con la calculadora, aquí tienes un **vídeo** (elaboración propia) donde se explica.

## Actividad de lectura

### 3. ¡¡Cuántas aceleraciones!!

Un motorista, cumpliendo las normas de tráfico, atraviesa una población a una velocidad constante de 36 km/h (10 m/s).

Cuando sale a la carretera, aumenta la velocidad hasta alcanzar 108 km/h (30 m/s). En este aumento de velocidad invierte un tiempo de 40 s.

El motorista sigue con velocidad constante de 30 m/s durante 50 segundos.

En ese momento divisa una señal de STOP y detiene su vehículo en 10 segundos.

La gráfica  $v - t$  (a trozos) que representa el movimiento del motorista es la siguiente:

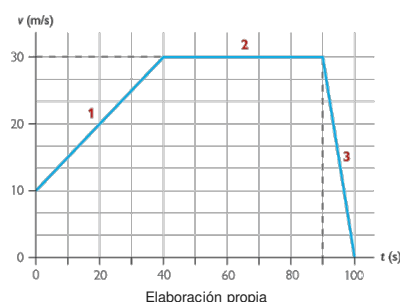


Imagen en flickr de jfahler. Licencia cc

¿Sabrías calcular la aceleración de cada tramo?

¿Te ha resultado complicado?

Vamos a aplicar la fórmula de la aceleración a cada tramo de la gráfica

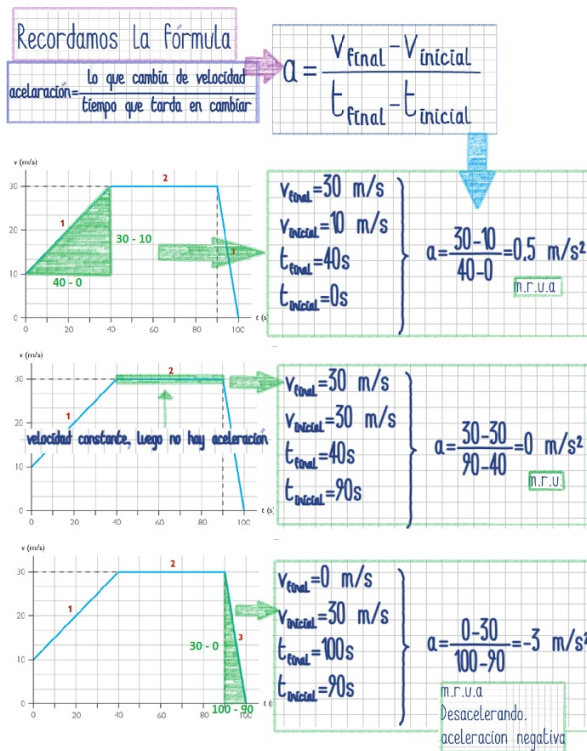


Imagen Elaboración propia



