INSTITUTO de ENSEÑANZAS a DISTANCIA de ANDALUCÍA

ESPAD Nivel I

Ámbito Científico Tecnológico

Contenidos

Las matemáticas en un mundo tecnológico: Números racionales y resolución de problemas

En una sociedad en la que la información nos llega de forma masiva, las infografías se han abierto su hueco ayudando a organizar dicha información de una forma visual y atractiva, incluso algunas veces interactiva.

La mayoría de estas infografías recogen datos expresados de distintas formas como las que se recogen en el siguiente esquema:

Imagen de elaboración propia

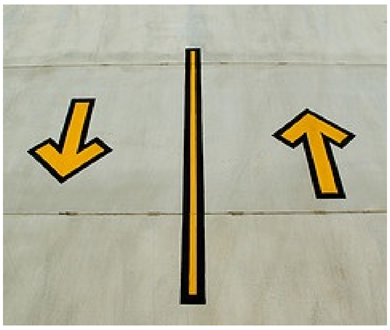
Observa que tenemos:

1. Números con decimales
2. Porcentajes
3. Y alguna expresión del tipo 3 de cada 10.

Estos nuevos números son los que se conocen como **números racionales**, y como ves pueden venir expresados en distintos formatos.

En la sociedad actual son frecuentes expresiones como “media” hora, “un cuarto” o “tres cuartos” de hora, un “tercio” o un “quinto” de cerveza, una botella de “tres cuartos”... Sin embargo, las fracciones están con frecuencia disimuladas bajo tantos por ciento o nuevos nombres como “céntimo”, "décimo"...

Las fracciones surgen naturalmente al intentar medir el espacio, el tiempo, las rotaciones... Supón que intentas medir el tiempo cronológico, la sucesión de los días, de los años. Se adopta una unidad conveniente, puede ser el día, el año, la hora. Al intentar expresar el paso del tiempo en dicha unidad no siempre ésta estará contenida de forma exacta, sino que deberá recurrirse a partes de la misma: fracciones. La civilización persa dividió la hora en 60 partes (minutos) y estas a su vez en otras 60 (segundos).



Fotografía de J Heffneren Flickr. Licencia CC

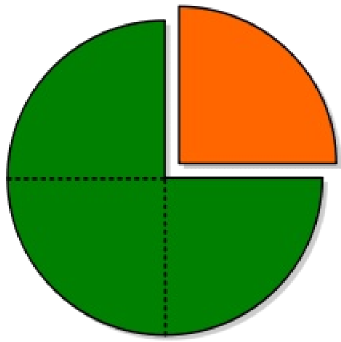


Imagen de Canislupusarctos en Wikimedia Commons. Licencia CC

En la actualidad se habla mucho del proceso de independencia de Cataluña, de cómo se fraccionaría España o de que solo una fracción de la población está a favor de dicho proceso. Precisamente el concepto de fracción da nombre a un procedimiento basado en dividir (fraccionar) algo en partes.

En matemáticas, cuando queremos expresar una parte de un total recurrimos a los números fraccionarios o fracciones.

Los elementos que forman la fracción, y que se escriben separados por una raya horizontal, son:

- El **denominador**. Es el número de abajo, indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.
- El **numerador**. Es el número de arriba, indica la cantidad de esas partes que se toman.

¿Cómo leemos las fracciones?

Primero se lee el numerador como cualquier número, y a continuación el denominador de la siguiente manera:

- Si es 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 se lee: medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, séptimos, octavos y novenos.
- Si es 10 se lee décimos; si es mayor que 10 se lee el número añadiendo la terminación -avos.

Así, un minuto es un sesentavo de hora y se representa por $\frac{1}{60}$. Si tomamos cinco minutos, se lee como cinco sesentavos de hora, y se representa por $\frac{5}{60}$.

Importante

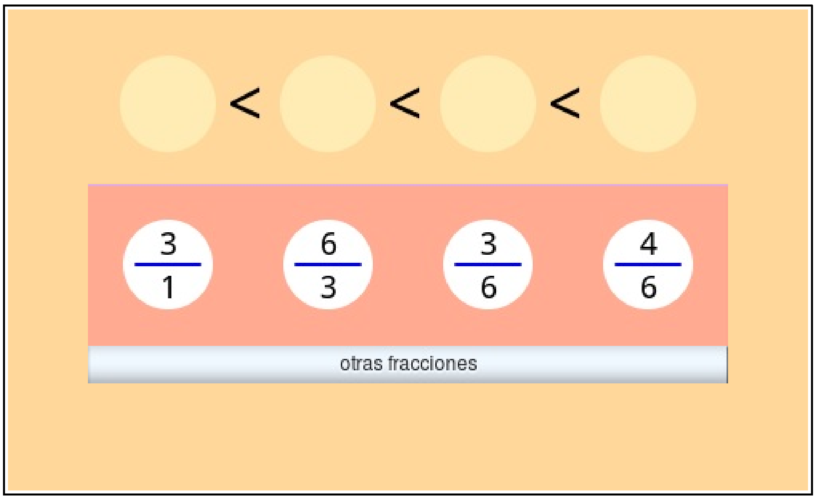
Una fracción también puede entenderse como el cociente de dos números. Es decir, es una división sin realizar. Donde el numerador es el dividendo y el denominador el divisor.

Luego, para saber cuál es el valor de una fracción deberíamos realizar esa división. Sin embargo, con la simple observación del numerador y del denominador podemos hacernos una idea de ese valor:

- Si el numerador es más pequeño que el denominador, entonces la fracción vale menos de 1.
- Cuanto más cerca esté el numerador del denominador más cerca estará el valor de 1.
- Si el numerador es mayor que el denominador, entonces la fracción vale más de 1.

En general, su valor será más grande cuanto mayor tenga el numerador, y será más pequeño cuanto mayor tenga el denominador.

En el siguiente applet, prueba a ordenar las fracciones siguiendo las directrices anteriores:



Escena de Eduardo Barbero Corral en Proyecto Descartes. Licencia CC

Ejercicio resuelto

María se ha comido 3 partes de un bizcocho que se había dividido previamente en 8 partes iguales.

a) ¿Qué fracción representa lo que se ha comido María?

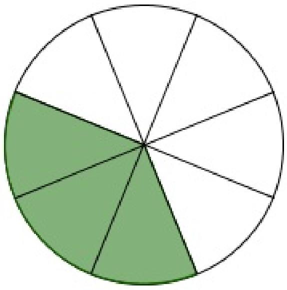
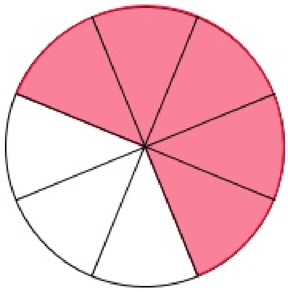
b) ¿Y la parte de bizcocho que ha sobrado?

c) Representa cada una de las fracciones anteriores mediante un dibujo.

a) 8 partes representa el total, luego será el denominador. El numerador de la fracción será las partes que se ha comido, 3. $\frac{3}{8}$

b) El total sigue siendo el mismo, pero cambia el numerador ya que las partes que no hemos consumido son 5. $\frac{5}{8}$

c)

Apartado a	Apartado b
$\frac{3}{8}$ 	$\frac{5}{8}$ 

Importante

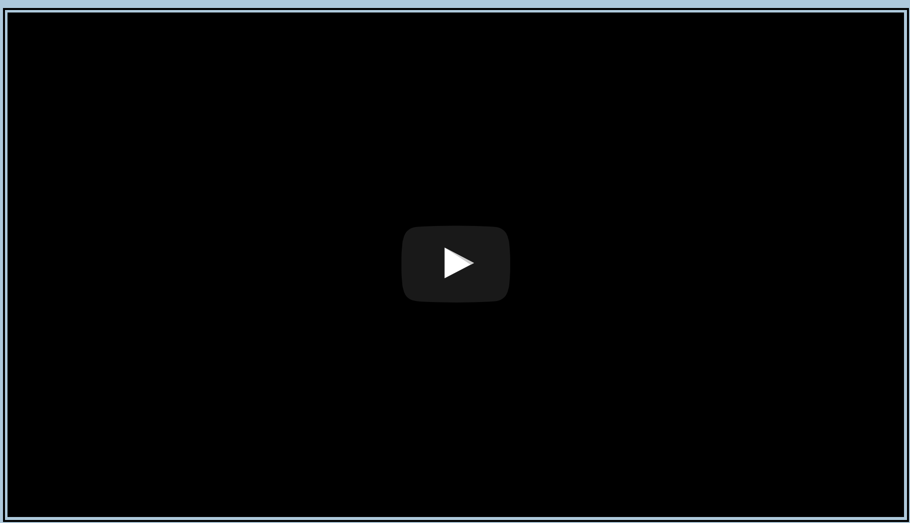
Todo número que pueda ponerse en forma de fracción se dice que es un **número racional**.

Curiosidad

LEGO es una empresa y marca de juguetes danesa reconocida principalmente por sus bloques de plástico que se conectan entre sí y permiten hacer construcciones.

Dada su popularidad, su fácil manejo y su atractivo visual, se pueden utilizar para ejemplificar situaciones matemáticas, tal y como se recoge en en este artículo que te enlazamos: Aprende Matemáticas con Lego. Concretando lo abstracto.

Te recomendamos el siguiente vídeo. Aunque las pocas palabras que aparecen están en inglés, solo la exposición te puede ayudar a comprender el concepto de fracciones equivalentes.



Vídeo de Kidspot alojado en Youtube

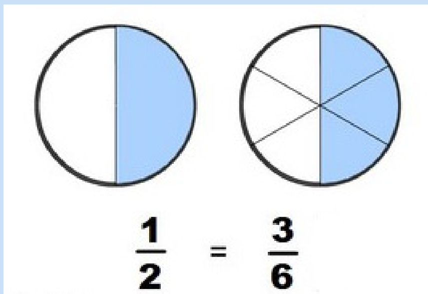
1.2. Operaciones con fracciones

Una de las peculiaridades que plantean las fracciones es que una misma medida (un mismo número) puede expresarse de formas distintas. Así media hora $\frac{1}{2}$ puede expresarse también como 30 minutos, $\frac{30}{60}$ de hora, o como dos cuartos de hora, $\frac{2}{4}$. Esto en principio puede considerarse un trastorno, pero precisamente esta propiedad es la que nos permite comparar, sumar y restar fracciones.

Imagen de Security en Pixabay. Licencia CC

Importante

Llamamos **fracciones equivalentes** a aquellas que representan la misma cantidad. Para comprobar que dos fracciones son equivalentes multiplicamos en cruz el numerador de la primera por el denominador de la segunda, y si obtenemos el mismo resultado que al multiplicar el denominador de la primera por el numerador de la segunda, entonces las fracciones son equivalentes.

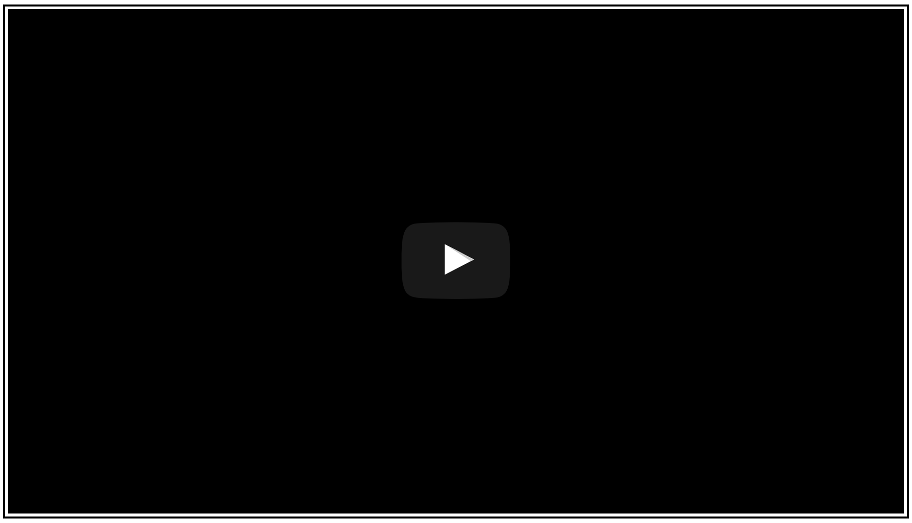


En la siguiente presentación vas a descubrir cómo operar con fracciones.

Presentación de Nacho Diego alojada en Slideshare

Las operaciones suma, resta y producto con fracciones tienen las mismas propiedades que las opeaciones con números enteros y se mantiene la misma jerarquía para las operaciones combinadas.

Si recuerdas, en el pasado tema hicimos mucho hincapié en la importancia de adquirir soltura en los cálculos y de memorizar los procedimientos que nos llevan a la solución. Con las fracciones ocurre exactamente lo mismo, ya que el éxito en este tipo de operaciones está en ser cuidadoso y meticuloso en los procedimientos. Por ello, te dejamos una pequeña lista de reproducción con 4 vídeos muy sencillos que te ayudarán a interiorizar y mecanizar estas operaciones.



Lista de reproducción de vídeos de lasmatematicas.es alojados en Youtube

Ejercicio resuelto

Resuelve las siguientes operaciones:

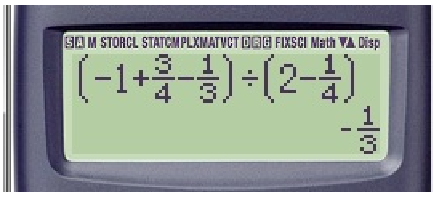
a. $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}\right)$

a. $\left(-1+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right):\left(2-\frac{1}{4}\right)$

No te olvides: simplificar los resultados y comprobarlos con la calculadora.

a. $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}\right)=\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{4}\right)\cdot\left(\frac{10}{6}-\frac{1}{6}\right)=\frac{5}{4}\cdot\frac{9}{6}=\frac{45}{24}=\frac{15}{8}$

b. $\left(-1+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right):\left(2-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{-12+9-4}{12}\right):\left(\frac{8-1}{4}\right)=\frac{-7}{12}:\frac{7}{4}=-\frac{1}{3}$



Ya hemos dicho que las operaciones aparecen en muchas situaciones reales, pero si te paras a pensar descubrirás que en muchos de los casos aparece ligada a la preposición "de". Por ejemplo: "un tercio de los diputados del congreso", "una cuarta parte del dinero es destinado al consumo de alimentos de primera necesidad"...

En la siguiente presentación, vas a descubrir a través de varios ejemplos cómo calcular la fracción de un número.

Presentación de aitana30 alojada en Slideshare

Ejercicio resuelto

1. Un profesor sabe que en su próxima clase encontrará más chicas que chicos. $\frac{5}{7}$ del grupo son chicas y en total son 28. ¿Cuántas chicas hay en esa clase?

Calcula $\frac{5}{7}$ de 28. Recuerda para hacer la fracción de un número se multiplica el número por el numerador y se divide, el producto, por el denominador.
$\frac{5}{7} \cdot 28 = \frac{5 \cdot 28}{7} = 20$. Hay 20 chicas en la clase.

2. Uno de las alumnas, Meki que tiene 250 € ahorrados, piensa gastarse $\frac{3}{5}$ de su dinero en ropa, $\frac{7}{10}$ de lo que aún le quede en música y 30 € en un libro. Lo que le sobre se lo regalará a su hermana. ¿Es muy generosa con su hermana?

Calcula cada uno de los gastos y réstalo del total restante. Verá como tras comprar el libro no le queda nada.

Veamos: $\frac{3}{5} \cdot 250 = \frac{3 \cdot 250}{5} = 150$, luego en ropa se ha gastado 150 €, le queda por tanto, 100 €, la diferencia 250 - 150 = 100.

Ahora gasta siete décimos de los 100 en música, $\frac{7}{10} \cdot 100 = \frac{7 \cdot 100}{10} = 70$, gasta 70 € en música y, por tanto, le quedan 30 € (100 - 70 =30). Como en el libro se va a gastar 30 €, no le queda nada para su hermana.

Curiosidad

Está documentado que los babilonios ya conocían y operaban con fracciones hacia el 2000 a.C. Su forma de representarlas era muy parecida a la actual, con la curiosidad de utilizar sólo las potencias de 60 como valores del denominador.

En el **Papiro Rhind** de los egipcios, hallamos fracciones propias, con la unidad como numerador (unitarias).

Las fracciones unitarias estaban escritas utilizando un símbolo en forma de boca y el denominador debajo de este símbolo. Excepto para la fracción $\frac{2}{3}$ que tenía un símbolo especial, todas las otras fracciones con numerador diferente a 1 las escribían como suma de fracciones unitarias.

Por ejemplo, en vez de $\frac{3}{5}$ escribían $\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$ o para $\frac{6}{7}$

Fotografía de Vulcano en Wikimedia Commons. Licencia CC escribían $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}$.

En la actualidad, se ha llegado a la conclusión de que los hindúes escribían fracciones como lo hacemos hoy, pero sin la barra horizontal, elemento que fue invención árabe.

Los números decimales están tan integrados en nuestra vida cotidiana como las fracciones, aunque operar con ellos resulta mucho más intuitivo. Por ejemplo, cuando acudimos a una gasolinera y nos fijamos en los carteles en los que figura el precio del litro de gasolina, podemos descubrir que dicho precio aparece con tres decimales:

Imagen en Kapa65 en Pixabay. Licencia CC

Sin embargo, cuando acudimos a la caja a pagar el precio total nos lo dan con dos decimales. Esto quiere decir que nuestra cuenta ha sufrido un redondeo, ya que en nuestro sistema monetario solo disponemos de monedas de céntimo para pagar.

Imagen de Sarah Joy en Flickr. Licencia CC

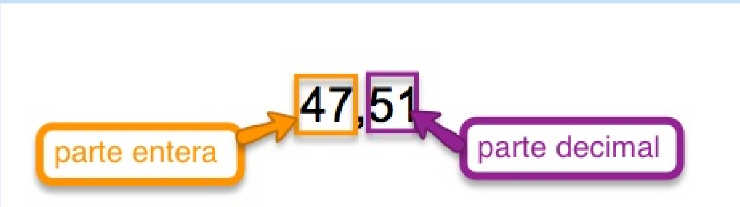
Como ya hemos visto, los números enteros no son suficientes para expresar todas las situaciones de la vida cotidiana. Precisamente utilizamos las fracciones para expresar partes de un total y las expresamos como una división sin realizar; pero... ¿qué ocurre si efectuamos dicha división entre el numerador y el denominador y obtenemos un resultado con resto distinto de 0? ¿Podemos seguir repartiendo el resto sobrante?

La respuesta es afirmativa, y obtendríamos un número decimal.

Los números decimales forman parte de nuestra rutina, puede que incluso más que las fracciones. Usamos los números decimales cuando pagamos con monedas de céntimo: esto cuesta 3,45 €, cuando expresamos nuestra altura: mido 1,62 metros...

Importante

Los números decimales están formados por una parte entera y otra parte decimal, separadas por una coma. Para expresar la parte decimal recurrimos a las unidades decimales (décimas, centésimas, milésimas...):



Donde el 5 son las décimas y 1 las centésimas.

Para pasar de fracción a decimal ya hemos visto que hay que efectuar la división entre numerador y denominador. Aunque lo normal es que recurras a la calculadora para dicha operación, si quieres refrescar la memoria te dejamos el siguiente vídeo.

Una vez realizada la operación el cociente puede ser:

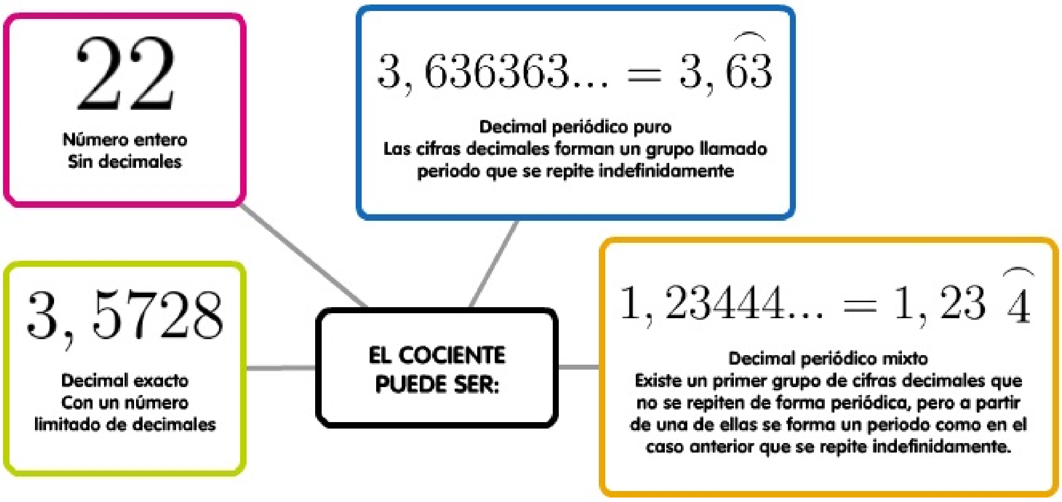
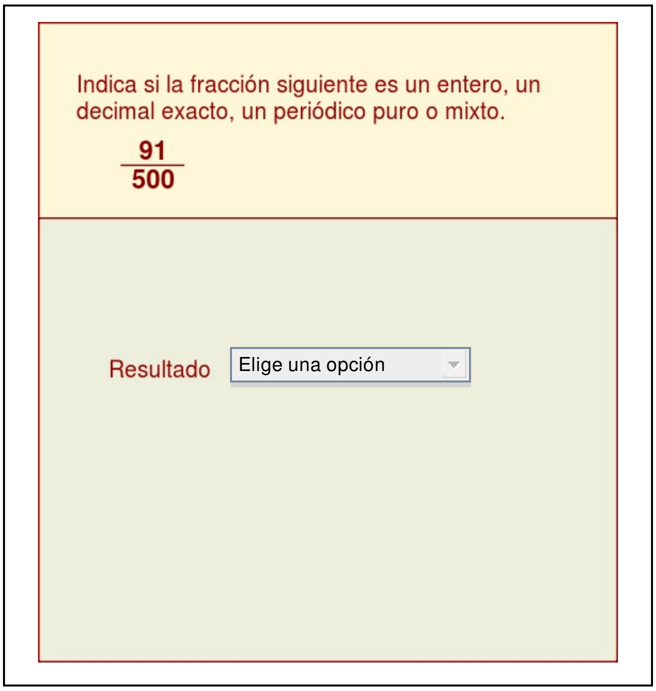


Imagen de elaboración propia

Ejercicio resuelto

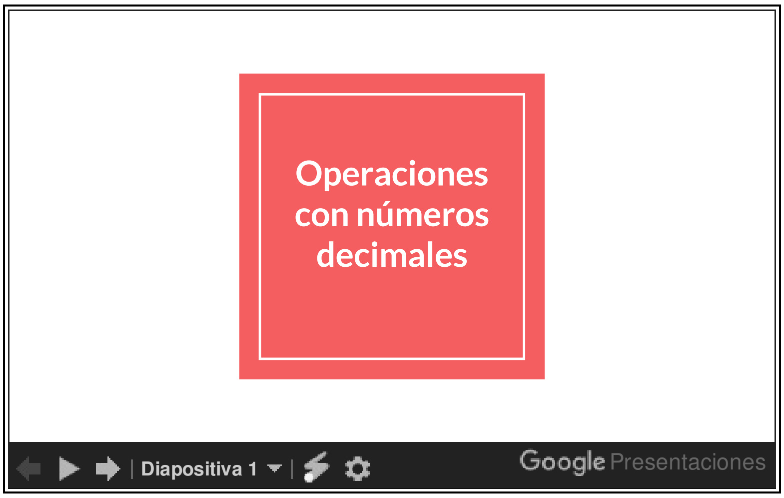
En el siguiente applet puedes practicar estos conceptos. Para hacer la actividad más ágil, te recomendamos que uses la calculadora para realizar las divisiones:



Escena de J. Rodríguez Villanego en Proyecto Descartes. Licencia CC

Operaciones con números decimales

En la siguiente presentación puedes descubrir cómo se opera con números decimales. Al igual que pasaba con las fracciones las operaciones básicas, conservan las mismas propiedades:



Ejercicio resuelto

Marcos ha sacado dinero de su cuenta corriente utilizando la tarjeta de crédito en un cajero automático. Ha sacado 120 €, pero ha perdido el comprobante de la operación y no puede saber el saldo que tiene. Mirando el comprobante de la última vez que usó la tarjeta observa que tenía 904,21 €. Después le han ingresado la nómina del mes, de 1339,56 € y ha pagado de esa cuenta los recibos de la luz cuyo importe ha sido de 53,21 €, del alquiler del piso, por un valor de 320,80 € y la letra del coche, de 207,95 €.

1. ¿Qué saldo indicaba el comprobante que ha perdido Marcos?

Si tenía 904,21 € y recibe la nómina: 904,21+ 1339,56 sería el saldo antes de pagar los gastos y sacar dinero. Luego, el saldo final se obtiene de: 904,21+1339,56-53,21-320,80-207,95-120= 1541,81 €.

2. Al llegar a su casa Marcos encuentra el aviso de cobro de dos domiciliaciones: agua, 32,67 €, y seguro del coche, 437,45 €. Con el dinero que le quede después de esos pagos quiere hacer 3 partes iguales, una para comprar un ordenador que cuesta 380 €, otra para libros y música y la tercera para sus gastos. ¿Podrá comprarse el ordenador?

Tenía 1541,81. Ahora: 1541,81-32,67-437,45=1071,69, y esta cantidad dividida entre 3 sale a 357,23 €. Si quiere comprarse el ordenador no podrá cumplir los planes previstos.

Curiosidad

Aunque todas las fracciones se pueden expresar en forma decimal, no todos los números decimales se pueden expresar en forma de fracción. Estos números se llaman **irracionales**, y los estudiaremos más adelante.

Ya hace tiempo que los porcentajes invaden nuestras vidas, y no solo cuando hablamos de las rebajas en tiendas o grandes almacenes. Si observas tu móvil, podrás ver qué porcentaje de batería queda, e incluso saber qué porcentaje de esa batería han consumido determinadas aplicaciones.

Imagen de elaboración propia

Esto significa que si dividimos la batería en 100 partes, nos quedan 20 de ellas para usar antes de que el móvil se apague. Esto mismo podríamos expresarlo en forma de fracción, diciendo que nos queda un quinto de batería: $\frac{1}{5}$.

Importante

Hallar el tanto por ciento de una cantidad es dividir esa cantidad en cien partes y tomar tantas partes como indica el tanto.

El tanto por ciento o porcentaje, cuyo símbolo es %, se puede escribir en forma de fracción y tiene un valor decimal.

Veamos un ejemplo:

Expresión	%	Significado	Fracción	Valor
Rebajas del 40%	40%	De cada 100€ nos descuentan 40€	$\frac{40}{100}$	0,4
Ha encestado el 63% de los tiros	63%	De cada 100 tiros a canasta, se han encestado 63	$\frac{63}{100}$	0,63

Si recordamos cómo se calculaba la fracción de una cantidad, el tanto por ciento de una cantidad se puede calcular multiplicando la cantidad por el tanto por ciento y dividiendo entre 100.

Ejercicio resuelto

Practica con el siguiente applet, el cálculo de los tantos por ciento de una cantidad:

Calcula el 21 % de 50

Utiliza el método 2

La solución es: 0

Escribe el valor
y pulsa INTRO

Escena de Rita Jiménez Igea en Proyecto Descartes. Licencia CC

Reflexiona

Hemos comprado dos objetos, uno de ellos valía 20 € y nos han rebajado 10 €, y el otro valía 100 € y nos han hecho un descuento de 25 €. ¿En cuál de ellos era mayor el porcentaje de rebaja?

Era mayor en el objeto de menor valor, ya que el descuento era del 50%, mientras que en el otro el descuento era del 25%. Como ves la cantidad de dinero, no está ligada solo al porcentaje sino también al total.

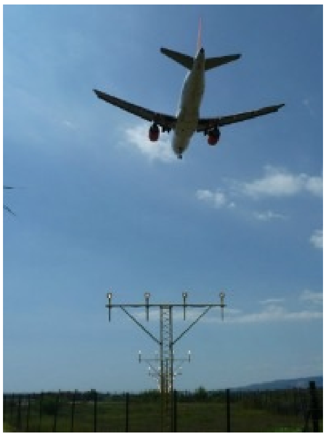


Imagen de albert2278 en Pixabay. Licencia CC

Aproximación

Si lo piensas bien, existen muchas situaciones en nuestra vida cotidiana donde utilizamos los números de manera aproximada.

Lo hacemos normalmente por dos motivos:

- Porque es conveniente o no es necesario dar una cantidad exacta que sí conocemos,
- o bien porque no tenemos forma de medirla con exactitud.

Cuando vamos a comprar frutas o verduras y pedimos un kilo o tres cuartos de algún producto, si nos fijamos bien en la cantidad que marca la balanza, casi nunca el frutero coloca la cantidad exacta de la mercancía que hemos solicitado. "Pasa un poco del kilo", nos dice el comerciante; o "le faltan 35 gramos para los tres cuartos".

Importante

Si en un número decimal, a partir de un determinado orden, sustituimos todas las cifras de orden inferior por ceros, obtendremos otro número decimal que se dice una **aproximación** del primero (hasta el orden fijado).

La siguiente imagen está tomada de una infografía de Visual20, en los que se comparan los edificios más altos del mundo con el proyectado por el arquitecto español Santiago Calatrava y que pasará a ser la más alta del mundo una vez terminada.

Te planteamos la siguiente reflexión, ¿crees que todos estos edificios miden exactamente los valores recogidos aquí? ¿No variará ni un centímetro? ¿Tendría sentido recoger en esta infografía los posibles decimales? La respuesta probablemente sea no, ya que las diferencias entre unos y otros son de metros.

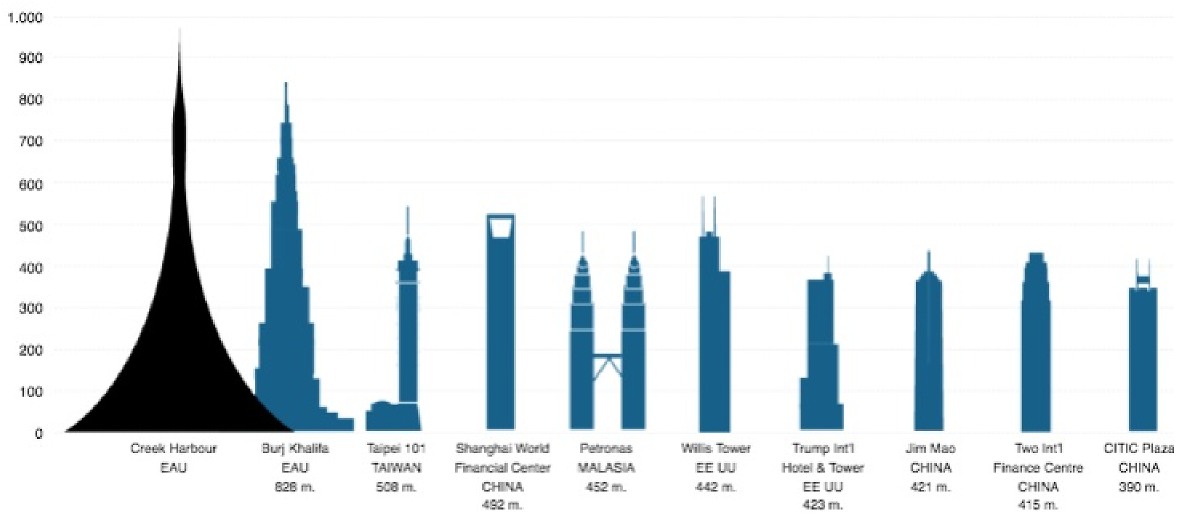


Imagen tomada de una infografía de Visual20. Licencia CC

Esto puede llevarnos a otro planteamiento... ¿existe un orden de aproximación establecido de antemano para hacer una aproximación? La respuesta es NO. Dependerá de lo que se desea medir. Así, carecería de sentido fijar el mismo orden de aproximación para medir la distancia entre dos ciudades o el diámetro de una pelota de tenis de mesa.

En el día a día no es necesaria mucha precisión, basta con 2 ó 3 decimales. Eso sí, la cosa cambia si manejamos datos científicos.

Importante

Se llaman **cifras significativas** a aquellas con las que se expresa un número aproximado. Solo debemos utilizar aquellas cuya exactitud nos conste.

Cuando realizamos una aproximación podemos hacerla por exceso o por defecto. Estos conceptos están más asimilados en nuestra vida cotidiana de lo que parece. Por ejemplo, la duración del año solar medio no contiene un número exacto de días, por lo que se hacen aproximaciones a la unidad, usando dos tipos de años: el de 365 días (**aproximación por defecto**) y el de 366 (año bisiesto, **aproximación por exceso**).

Hay distintos métodos de aproximación:

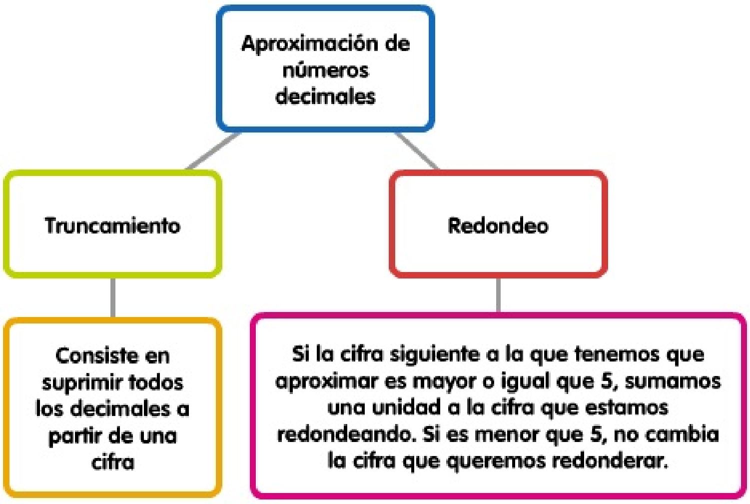


Imagen de elaboración propia

Comprueba lo aprendido

Completa la siguiente tabla:

	Redondeo a las milésimas	Truncamiento a las milésimas
3,4586		
0,8174		
2,888...		

Enviar

Recuerda los conceptos de redondeo y truncamiento.

Aproximación de raíces no exactas

En el tema anterior trabajamos con raíces exactas, pero ¿qué ocurre cuando el radicando no es un cuadrado perfecto? Podemos hacer una estimación de su valor recurriendo a los números decimales:

Vídeo de Yoestudio alojado en Youtube

3. Estrategias para resolver problemas

La resolución de problemas en matemáticas intenta contextualizar todos esos conceptos que, a priori, pueden resultar muy abstractos. El miedo a enfrentarse a este tipo de ejercicios es común a casi todos los alumnos de la asignatura. Sin embargo, en muchos de los casos no es infundado.

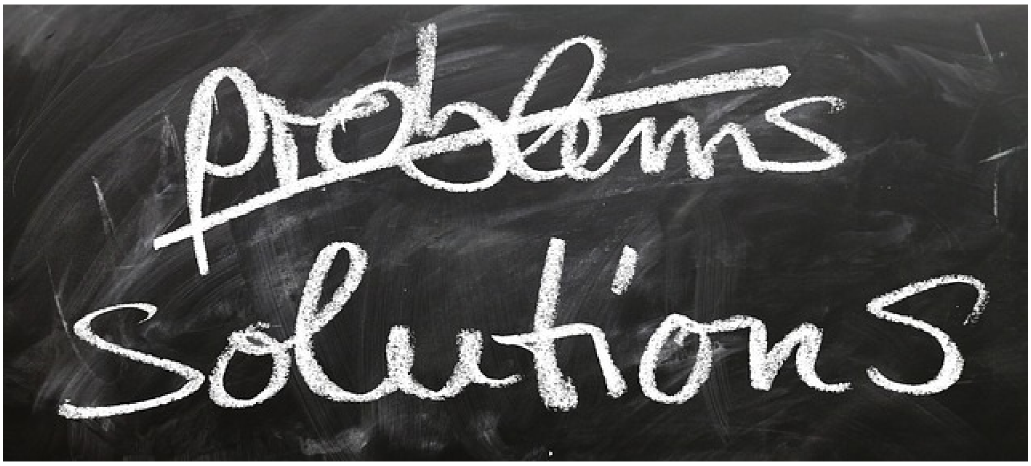


Imagen de geralt en Pixabay. Licencia CC

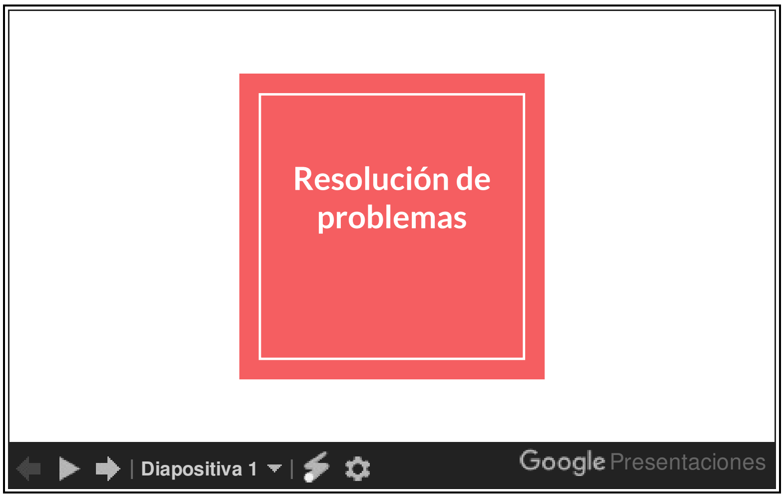
Es por ello por lo que a lo largo de los temas se han introducido algunos problemas muy sencillos. Lo fundamental en estas situaciones es saber qué nos piden y comprender toda la información que se nos da.

Con comprender no solo nos referimos a conocer el significado de todas las palabras, sino también a saber qué significan en un lenguaje matemático. Por ejemplo: "El banco nos sustrae 10 € en concepto de retención" significa que nos ha quitado o restado 10 € del saldo de nuestra cuenta.

La resolución de problemas es algo que te va a acompañar a lo largo de los dos ámbitos que tienes por delante. Te encontrarás problemas de física, tecnología, química... En todos ellos las matemáticas será la herramienta que te ayude a llegar a la solución correcta.

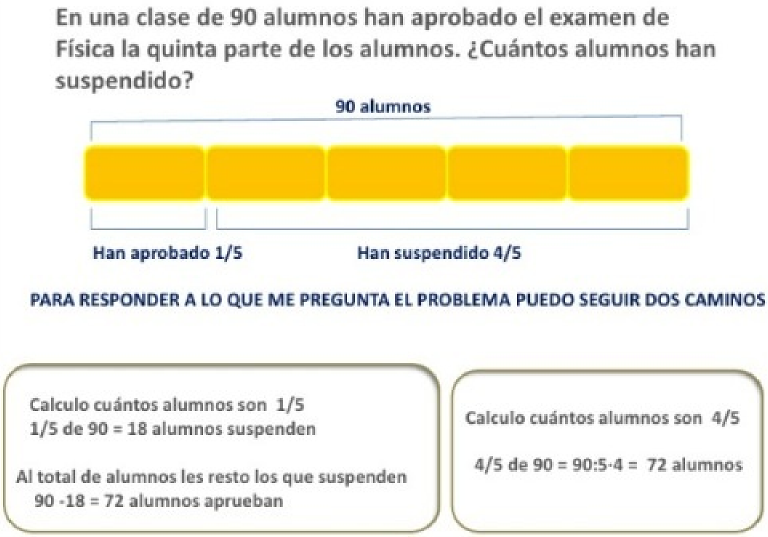
Aunque no hay una fórmula exacta para resolver cualquier tipo de problema, sí existen unas estrategias que te pueden ser de ayuda, aunque sin duda, lo más importante es enfrentarnos a estas situaciones sin miedo.

En la siguiente presentación te damos algunos consejos que te pueden ser de ayuda:



Quizás la presentación te haya parecido algo complicada, pero si analizas los pasos que has seguido en otras ocasiones descubrirás que ya has utilizado algunas de estas prácticas.

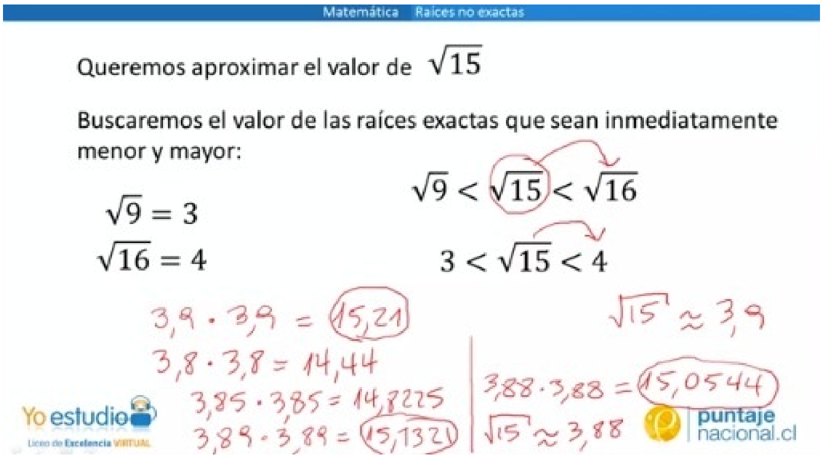
Ejemplo 1:



En este caso, planteamos el problema con un gráfico que recogía la situación, y resolvimos el problema por dos vías diferentes. Esto último, nos permitió comprobar que la solución era correcta.

Ejemplo 2:

También podemos utilizar estas estrategias para problemas no contextualizados, como hicimos por ejemplo en el apartado anterior al aproximar raíces cuadradas no exactas.



En este caso, hemos recurrido al método de ensayo y error, hasta encontrar una solución satisfactoria.

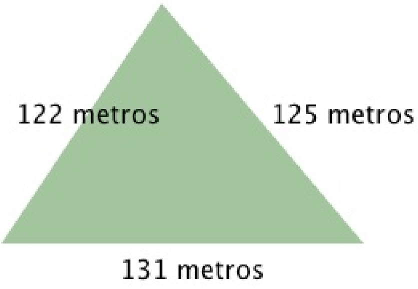
Por último, no te preocupes, esto es una introducción. Tendremos mucho tiempo para profundizar en estos métodos.

Importante

Es muy importante que analices la solución obtenida, puede ayudarte a detectar los errores. Por ejemplo, si en un problema nos preguntan el número de personas que hay, y obtenemos un número negativo o decimal, lo normal es que si está bien planteado haya algún tipo de error en la resolución.

Reflexiona

En un problema en el que trabajábamos con 347 metros de cuerda y queríamos vallar un terreno triangular hemos obtenido el siguiente resultado:



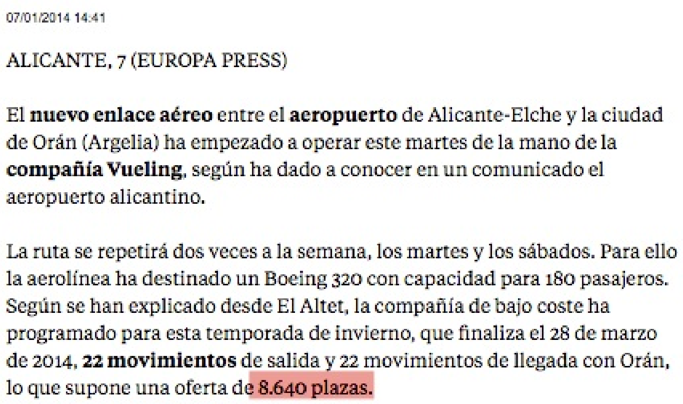
Analiza por qué no es posible este resultado.

Como tenemos 347 metros de cuerda, y según nuestros resultados hemos utilizado 122+125+131=378 metros, el resultado no puede ser correcto. Lo más seguro es que hubiese un error en el desarrollo del ejercicio.

Lo bueno de acostumbrarse a cuestionar los resultados y a reflexionar sobre lo obtenido es que nos pude ayudar a ser más críticos en otros aspectos de nuestra vida, como por ejemplo, con la prensa.

Actividad de lectura

Razona por qué el dato de 8640 plazas que aparece en esta noticia del periódico la Vanguardia no es correcto:


07/01/2014 14:41

ALICANTE, 7 (EUROPA PRESS)

El **nuevo enlace aéreo** entre el **aeropuerto** de Alicante-Elche y la ciudad de Orán (Argelia) ha empezado a operar este martes de la mano de la **compañía Vueling**, según ha dado a conocer en un comunicado el aeropuerto alicantino.

La ruta se repetirá dos veces a la semana, los martes y los sábados. Para ello la aerolínea ha destinado un Boeing 320 con capacidad para 180 pasajeros. Según se han explicado desde El Altet, la compañía de bajo coste ha programado para esta temporada de invierno, que finaliza el 28 de marzo de 2014, **22 movimientos** de salida y 22 movimientos de llegada con Orán, lo que supone una oferta de 8.640 plazas.

Se expone que se tienen programados 22 movimientos de salida y 22 movimientos de llegada con Orán, lo que supondría una oferta de 8.640 plazas. Haciendo unos simples cálculos, podemos comprobar que si en total efectúan 44 movimientos, y que el avión tiene 180 plazas, la oferta sería de 7.920 plazas, lejos de la cantidad que se enuncia en esta noticia.

Por cierto, el avión que anuncian no existe, probablemente se trate de un Airbus A320.

Aunque lo más importante de este tema es que desarrolles destrezas y buenos hábitos de cálculo, no podemos dejar a un lado los conceptos estudiados, ya que nos acompañaran durante todo este viaje por el mundo científico-técnico.

Importante

Lo esencial de las fracciones

Una **fracción** es una expresión $\frac{a}{b}$ siendo a y b números enteros y $b \neq 0$. Al número de arriba se le llama numerador y al de abajo denominador.

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son **equivalentes**, si se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$.

Reducir fracciones a común denominador es buscar otras fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

Para **sumar o restar** fracciones se transforman en fracciones equivalentes con el mismo denominador (que es el mcm de los denominadores). A continuación, el denominador común se divide entre cada denominador y se multiplica por el numerador correspondiente. Por último, se deja el denominador común y se suman o restan los numeradores.

El **producto** de dos fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

La **división** de dos fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda, y como denominador el producto del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

Importante

Lo esencial de los números decimales

Para expresar en **forma decimal una fracción**, dividimos el numerador entre el denominador.

Todo número decimal tiene una **parte entera** y **otra decimal**, separadas por la **coma decimal**.

Un número decimal puede ser:

- **Decimal exacto**. Posee una cantidad limitada de decimales: 45,128
- **Periódico puro**. Un grupo de decimales se repite indefinidamente, el periodo: 4,8585...
- **Periódico mixto**. Tiene uno o más decimales seguidos de un periodo: 4,21777...

Para **sumar o restar** números decimales se colocan los números en columna y se opera como si fueran números naturales, manteniendo la coma en su lugar correspondiente.

Para **multiplicar números decimales** se opera como si fueran números naturales. A continuación, se sitúa la coma en el resultado contando tantas cifras de derecha a izquierda como decimales tengan entre los dos factores.

Para **dividir números decimales**, al bajar la primera cifra decimal se pone la coma en el cociente. En otros casos, cuando hay decimales en el divisor, se multiplican dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales haya en el divisor.

Importante

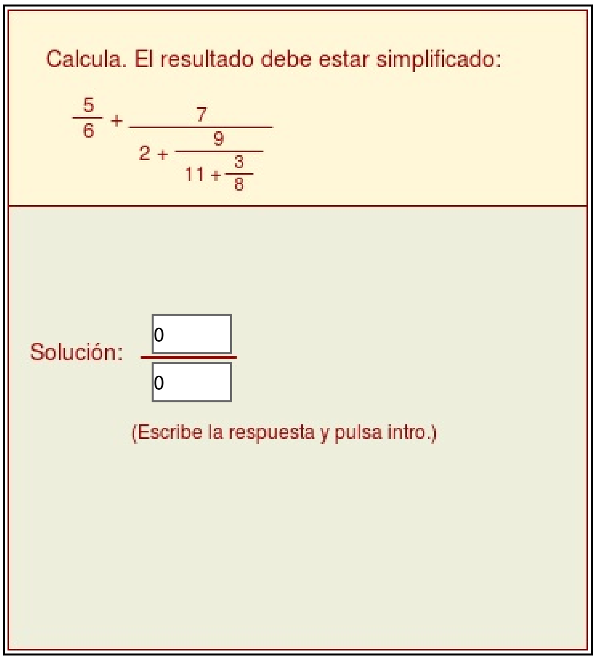
Lo esencial en la resolución de problemas

Aunque no hay una fórmula exacta para resolver cualquier tipo de problema, sí existen unas estrategias que te pueden ser de ayuda:

- Dividir la **resolución en 4 fases**: comprender el enunciado, concebir un plan de trabajo, ejecutarlo y comprobar los resultados.
- Cuando diseñamos el plan de trabajo podemos recurrir a diferentes **estrategia de resolución de problemas**: escoger un lenguaje y notación adecuados, organizar la información visualmente, particularizar y generalizar, cambiar las unidades o utilizar aproximaciones, reducir el problema a otro conocido, resolver el problema por distintas vías, y el método de ensayo-error.

Ejercicio resuelto

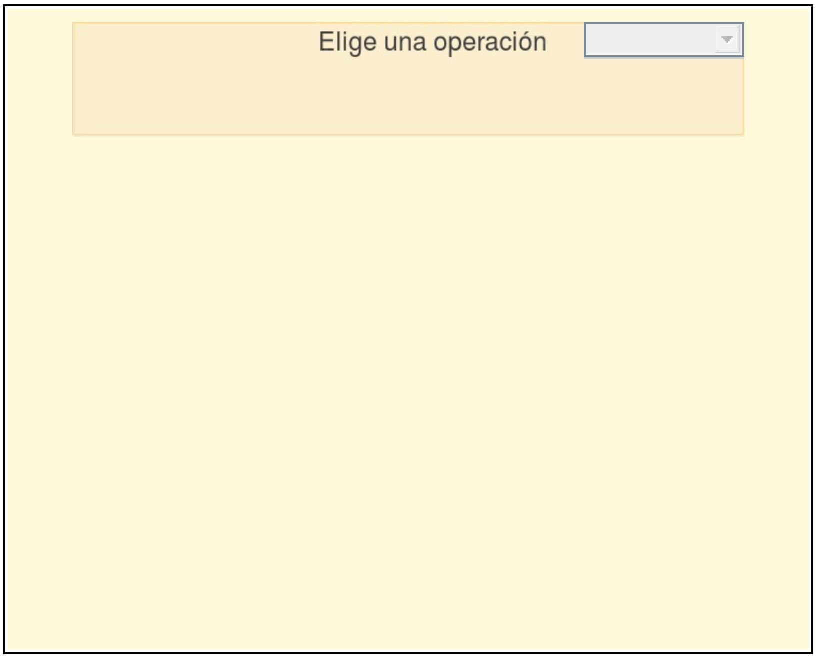
Puedes repasar las operaciones combinadas con fracciones con el siguiente applet:



Escena de J. Rodríguez Villanego en Proyecto Descartes. Licencia CC

Ejercicio resuelto

Puedes repasar las operaciones **combinadas con decimales** con el siguiente applet, eligiendo en el desplegable combinadas:



Escena de Juan Simón Santamaría en Proyecto Descartes. Licencia CC

Reflexiona

Seguro que recuerdas que el primer viaje del hombre a la Luna fue realizado por la nave espacial Apolo XI, siendo sus tripulantes los astronautas Neil Armstrong, Edwin Aldrin y Michael Collins.

El lanzamiento se realizó el día 16 de julio de 1969, y la vuelta a la Tierra tuvo lugar el 24 de julio. En pocas palabras, el viaje consistió en ir de la Tierra a la Luna, amenizar en nuestro satélite, y el viaje de regreso de la Luna a la Tierra.

La mitad del tiempo de este viaje correspondió a la ida. Del resto del tiempo, una cuarta parte fue la que estuvo el módulo espacial en la superficie de la Luna.

¿Qué fracción del viaje total correspondió al regreso y a la estancia en la Luna? ¿Cuántos días duró cada una de las fases?

El viaje al completo duró 8 días. Luego la mitad que corresponde a la ida son 4 días.

Una cuarta parte del resto del viaje es 1 día. Por tanto, en el regreso tardó 3 días, que son las $\frac{3}{8}$ partes del total del viaje.

A la estancia en la Luna le corresponde una cuarta parte de la mitad, es decir $\frac{1}{8}$ del total.

Comprueba lo aprendido

Haz los dos problemas que vienen a continuación

1. Una madera tiene un quinto de su longitud pintada de rojo, siete décimos del resto de azul y los doce centímetros restantes son blancos. ¿Cuánto mide la madera?.

Sugerencia

- 60 cm
- 50 cm.
- 55 cm.
- Ninguna de las respuestas anteriores es la correcta.

No es correcto. Repasa el planteamiento y los cálculos.

Muy bien. Observa: si la madera mide *x*, $\frac{1}{5}$ de *x* está de rojo; el resto sería $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$, y siete décimos del resto daría, $\frac{7}{10}\cdot\frac{4}{5}=\frac{28}{50}=\frac{14}{25}$, $\frac{14}{25}$ de *x* de azul (hemos simplificado, dividiendo numerador y denominador por 2). Luego entre rojo y azul tenemos: $\frac{1}{5}+\frac{14}{25}=\frac{5}{25}+\frac{14}{25}=\frac{19}{25}$, $\frac{19}{25}$ de *x* entre el rojo y el azul. Para el blanco quedan $\frac{6}{25}$ de *x*. De donde, $\frac{6}{25}\cdot x=12$, y $x=\frac{25\cdot 12}{6}=50$.

Repasa los ejemplos de las explicaciones.

Repasa las explicaciones.

Solution

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

2. Si de una bolsa de 200 bolas sacamos $\frac{7}{20}$ del total y de las que quedan quitamos $\frac{10}{13}$, ¿cuántas bolas quedan en la bolsa?

Sugerencia

- 20 bolas.
- No se puede hacer. Salen decimales y no puede ser, debería partir las bolas.
- 30 bolas.
- Ninguna de las respuestas anteriores es la correcta.

Repasa los ejemplos de las explicaciones y los cálculos.

Repasa los ejemplos de las explicaciones y los cálculos.

Muy bien. Trabajas muy bien. $\frac{7}{20}\cdot 200=70$, 200 -70 = 130. Tras la primera extracción quedan 130 bolas. En el segundo paso, se extraen $\frac{10}{13}\cdot 130=100$ bolas. Quedan por tanto, 30 (130-100 = 30).

Repasa los ejemplos de las explicaciones y los cálculos.

Solution

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

Ejercicio resuelto

Marcos ha sacado dinero de su cuenta corriente utilizando la tarjeta de crédito, en un cajero automático. Ha sacado 120 €, pero ha perdido el comprobante de la operación y no puede saber el saldo que tiene. Mirando el comprobante de la última vez que usó la tarjeta observa que tenía 904,21 €. Después le han ingresado la nómina del mes, de 1339,56 € y ha pagado de esa cuenta los recibos de la luz cuyo importe ha sido de 53,21 €, del alquiler del piso, por un valor de 320,80 € y la letra del coche, de 207,95 €.

1. ¿Qué saldo indicaba el comprobante que ha perdido Marcos?

Si tenía 904.21 € y recibe la nómina: 904,21+ 1339,56 sería el saldo antes de pagar los gastos y sacar dinero. Luego, el saldo final se obtiene de: 904,21+1339,56-53,21-320,80-207,95-120= 1541,81 €.

2. Al llegar a su casa Marcos encuentra el aviso de cobro de dos domiciliaciones: agua, 32,67 € y seguro del coche, 437,45 €. Con el dinero que le quede después de esos pagos quiere hacer 3 partes iguales, una para comprar un ordenador que cuesta 380 €, otra para libros y música y la tercera para sus gastos. ¿Podrá comprarse el ordenador?

Tenía 1541,81. Ahora: 1541,81-32,67-437,45=1071,69, y esta cantidad dividida entre 3 sale a 357,23 €. Si quiere comprarse el ordenador no podrá cumplir los planes previstos.

Ejercicio resuelto

¿Cuánto pagaremos de IVA en una operación de 7350 € si este asciende al 21%?

Tenemos que calcular el 21% de 7350 €.

$$\frac{21\cdot 7350}{100}=1543{,}5$$

El IVA en esta operación asciende a 1543,5 €.

Descargar PDF