II

PROPORCIONALIDAD Y ÁLGEBRA

El álgebra es la parte de las matemáticas que permite realizar operaciones en las que, además de números concretos, intervienen números generales representados por letras o variables.

Una parte importante del álgebra son las ecuaciones, que permiten resolver de forma rápida y elegante muchos problemas que se nos plantean de forma habitual.

¿Qué vas a aprender?

- **A reconocer magnitudes directa e inversamente proporcionales y calcular un término desconocido de una de ellas.**
- **A escribir y operar con porcentajes mediante fracciones o números decimales.**
- **A resolver ejercicios con aumentos y disminuciones porcentuales.**
- **A escribir relaciones sencillas entre magnitudes mediante lenguaje algebraico y resolver de forma sistemática ecuaciones de primer grado.**
- **A utilizar el lenguaje algebraico para plantear y resolver ejercicios y problemas sencillos derivados de situaciones reales y cotidianas.**

5. Proporcionalidad

1 Magnitudes y proporcionalidad directa

- Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir una cantidad de la primera por un número, la cantidad correspondiente de la segunda queda multiplicada o dividida, respectivamente, por ese mismo número.
- El cociente de dos cantidades correspondientes de dos magnitudes directamente proporcionales es un número constante k, que se llama **razón de proporcionalidad**, y los dos pares de valores correspondientes forman una proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

158 *En la siguiente tabla se relacionan las cantidades de dos magnitudes. Completa la tabla y observa que se verifica la condición de magnitudes directamente proporcionales.*

	×1	×2	×3	×5	×10	×40
N.º de coches con 5 ruedas	***1***	***2***	*3*	***5***	***10***	*40*
N.º de ruedas	***5***	***10***	***15***	*25*	*50*	***200***

Debemos multiplicar el primer par de valores (1 y 5) por 2, 3, 5, 10 y 40, respectivamente, para comprobar que obtenemos las cantidades de las restantes columnas.

159 Completa las siguientes tablas que relacionan dos magnitudes directamente proporcionales.

a)

N.º de coches con 4 puertas	1	2		8	16	
N.º de puertas	4	8	16			400

b)

N.º de autocares con 50 viajeros	1			6	8	
N.º de viajeros	50	150	200			1000

c)

Cantidad de aceite (L)	1	3			20	
Peso del aceite (kg)	0,9		4,5	9		180

160 ***Completa la siguiente tabla, cuyas magnitudes se relacionan mediante proporcionalidad directa, y calcula la razón de proporcionalidad dividiendo el valor de la primera magnitud entre el valor de la segunda.***

N.º de pintores	1	2	5	6	20	12
Superficie pintada en un día (m^2)	50	100	250	300	1 000	600

Para obtener la razón de proporcionalidad dividimos dos cantidades correspondientes cualesquiera.

Razón de proporcionalidad: $\frac{1}{50} = \frac{2}{100} = \frac{5}{250} = \ldots\ldots = \boxed{0{,}02}$

161 ¿Cuáles de las siguientes parejas de valores forman proporción?

Ejemplo $\frac{1}{3}$ *y* $\frac{5}{15} \Rightarrow$ *Comprobamos si los productos cruzados de sus términos son iguales.*

En este caso sí, pues se cumple: $1 \cdot 15 = 3 \cdot 5 \Rightarrow 15 = 15$.

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{6}$

b) $\frac{12}{9}$ y $\frac{4}{3}$

c) $\frac{25}{7}$ y $\frac{75}{21}$

162 Forma cuatro proporciones con los siguientes pares de valores.

(2, 3); (1, 2); (5, 7); (4, 6); (4, 1); (16, 4); (30, 42); (17, 34)

163 El coste de 3 litros de leche es de 2,40 euros. Calcula la razón de proporcionalidad directa entre la cantidad de leche comprada y su precio, e indica cuánto costarían 4 litros de leche.

2 Utiliza las proporciones directas

- Para calcular el **término desconocido**, x, de la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ se divide el producto cruzado de sus términos cuyos factores se conocen, $b \cdot c$, por el otro término de la proporción, a:

$$x = \frac{b \cdot c}{a}$$

164 Calcula el valor de x para que los siguientes pares de valores formen proporción directa.

Ejemplo $\frac{3}{5} = \frac{6}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 6 \Rightarrow x = \frac{30}{3} = 10$

a) $\frac{3}{7}$ y $\frac{x}{14}$

b) $\frac{35}{x}$ y $\frac{7}{5}$

c) $\frac{x}{14}$ y $\frac{11}{7}$

d) $\frac{13}{x}$ y $\frac{39}{15}$

165 ***Tres botes de zumo cuestan 2,70 euros. ¿Cuánto cuestan 5 botes del mismo zumo?***

Escribimos en una tabla los valores dados de las magnitudes número de botes y precio de la compra, que son directamente proporcionales. Después aplicamos la proporcionalidad directa para conocer el valor de x.

N.º de botes	*3*	*5*
Precio (€)	*2,7*	x

$$\frac{3}{2,7} = \frac{5}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 2,7 \Rightarrow x = \frac{13,5}{3} = \boxed{4,50\ €}$$

166 Cuatro rotuladores cuestan 3,20 euros. ¿Cuánto valen 9 rotuladores del mismo tipo?

167 ***Diez gramos de trufas cuestan 2 euros. ¿Cuánto cuestan 150 gramos del mismo producto? ¿Y 2 gramos? ¿Y 1 kilo?***

Pasamos los datos a una tabla y la completamos poniendo x, y, z, que es lo que no conocemos.

Peso de las trufas (g)	10	150	2	1 000
Precio (€)	2	x	y	z

Aplicamos la proporcionalidad directa para calcular x, y, z.

$\frac{10}{2} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 150}{10} = 30\ €$ *150 gramos cuestan* $\boxed{\text{30 euros.}}$

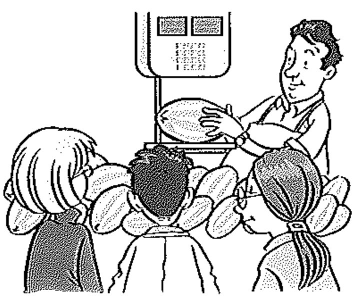
$\frac{10}{2} = \frac{2}{y} \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 2}{10} = 0{,}40\ €$ *2 gramos cuestan* $\boxed{\text{0,40 euros.}}$

$\frac{10}{2} = \frac{1\,000}{z} \Rightarrow z = \frac{2 \cdot 1\,000}{10} = 200\ €$ *1 kilo (1 000 gramos) cuesta* $\boxed{\text{200 euros.}}$

168 Seis litros de leche pesan 5,7 kilogramos. ¿Cuánto pesan 10 litros, 1 litro y 16 litros de leche? ¿Cuántos litros hay en un recipiente que contiene 17,1 kilogramos de leche?

169 Un ciclista pedalea con velocidad constante y en 1,5 horas lleva recorridos 48 kilómetros. Continuando a la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorre en 4 horas? ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 80 kilómetros? ¿Cuántos kilómetros recorre en una hora?

170 Un melón de 3,5 kilogramos de peso ha costado 2,80 euros. ¿Cuánto cuesta el kilogramo de melón? ¿Cuánto cuesta un melón de dos kilogramos?



171 ***Un grifo arroja en un minuto 5 litros de agua. ¿Cuánto tiempo tardamos en llenar con dicho grifo un depósito de 60 litros?***

Para saber cuánto tarda el grifo en llenar el depósito de 60 litros, calculamos el tiempo que tarda en arrojar un litro de agua. Aplicamos para ello la proporcionalidad directa:

$$\frac{Tiempo}{Capacidad} = \frac{1 \text{ min}}{5 \text{ L}} = \frac{x \text{ (min)}}{1 \text{ L}} = 0{,}20 \text{ min/L}$$

Conocido el tiempo que tarda en arrojar un litro, solo tendremos que multiplicarlo por los 60 litros.

$$Tiempo = 0{,}20 \text{ min/L} \cdot 60 \text{ L} = \boxed{12 \text{ minutos}}$$

172 Una bomba de agua llena en 8 minutos un depósito de 200 litros, que abastece a una vivienda.

a) ¿Cuántos litros arroja por minuto?

b) ¿Y en una hora?

c) ¿Cuánto tiempo debe funcionar la bomba para llenar de agua una bañera de 75 litros?

173 Una caja de galletas de 864 gramos contiene 4 paquetes de 24 galletas cada uno.

a) ¿Cuánto pesan 36 galletas?

b) ¿Cuántas galletas contiene el paquete de 270 gramos?

174 Esther ha pagado 3,30 euros por 55 fotocopias. ¿Cuánto pagará por 35? ¿Y por 90?

3 ¿Descuentos o recargos? Porcentajes

- Un **porcentaje** es equivalente a una fracción de denominador 100, y también al número decimal correspondiente. Ejemplo: $35\% = \frac{35}{100} = 0{,}35$
- Para **calcular** el **porcentaje** de una cantidad, se multiplica la cantidad por la fracción o por el número decimal equivalente al porcentaje. Ejemplo:

$$35\% \text{ de } 460 = 460 \cdot \frac{35}{100} = 460 \cdot 0{,}35 = 161$$

175 Expresa en forma de fracción irreducible y de número decimal los siguientes porcentajes.

Ejemplo $4\% \Rightarrow \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 0{,}04$

a) $30\% =$

b) $55\% =$

c) $3\% =$

d) $12{,}5\% =$

e) $90\% =$

f) $68\% =$

176 Halla el porcentaje equivalente a cada una de las siguientes fracciones.

a) $\frac{7}{20} =$

b) $\frac{14}{25} =$

c) $\frac{4}{5} =$

d) $\frac{5}{8} =$

e) $\frac{8}{25} =$

f) $\frac{170}{200} =$

177 Calcula mentalmente los porcentajes que se indican.

a) 10 % de 400

b) 30 % de 1 000

c) 25 % de 200

d) 5 % de 300

e) 20 % de 10

f) 3 % de 10

178 En la etiqueta de un queso de 1,48 kilogramos de peso figura que el contenido graso es del 35%. ¿Cuántos gramos de grasa contiene?

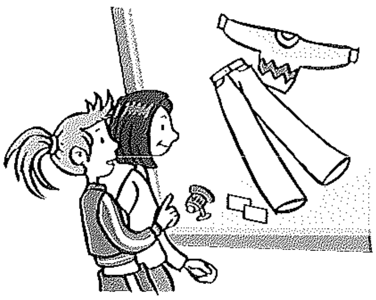
179 ***Un disco cuesta 24 euros, pero en la tienda hacen una rebaja del 15%. Si dispones de 20 euros, ¿qué cantidad de dinero te falta para poder comprarlo?***

Valor de la rebaja: 15% de 24 = 24 · 0,15 = 3,60 €

Precio real: 24 − 3,6 = 20,40 €.

Cantidad que te falta: 20,4 − 20 = $\boxed{0{,}40\ €}$

180 Un jersey cuesta 32 euros, y unos pantalones, un 40% más que el jersey. ¿Cuánto valen las dos prendas juntas?



181 El kilogramo de merluza costaba en enero 18 euros, y hasta el mes de junio ha experimentado una subida del 10%. ¿Cuál es el precio en dicho mes?

182 El kilogramo de solomillo costaba en enero 21 euros, y hasta el mes de marzo ha experimentado una subida del 5%. ¿Cuál es precio en dicho mes? Si en los tres meses siguientes sube el mismo porcentaje, ¿qué precio tiene en el mes de junio?

183 ***En dos años, un coche que se compró nuevo ha perdido el 32% de su valor. Si actualmente vale 12460 euros, ¿cuánto costó nuevo?***

Si el coche nuevo vale un 100%, el valor actual del coche en porcentaje es: 100% − 32% = 68%

Planteamos una proporción:

$$\frac{68}{12460} = \frac{100}{x} \Rightarrow 68 \cdot x = 12460 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{12460 \cdot 100}{68} = \boxed{18323{,}53\ €}$$

184 Luisa ha comprado una bicicleta rebajada un 18% por 123 euros. ¿Cuánto costaba sin rebajar?

185 Jaime ha resuelto 21 ejercicios de matemáticas, cantidad que corresponde a un 70% del total de la tarea en dicha asignatura. ¿Cuántos ejercicios componen la tarea?

186 El 45% de un número es 2457. ¿Cuál es ese número?

187 Andrea gasta 21 euros de sus ahorros en actividades de ocio, 27 euros en actividades culturales y los 12 euros restantes en actividades deportivas. ¿Qué porcentaje dedica a cada tipo de actividades?

4 Proporcionalidad inversa

- Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir una cantidad de la primera por un número, la cantidad correspondiente de la segunda queda dividida o multiplicada, respectivamente, por ese mismo número.
- El producto de dos cantidades correspondientes a dos magnitudes inversamente proporcionales es un número k, constante, que se llama **constante de proporcionalidad inversa:**

$$a \cdot b = k$$

188 ***Completa la siguiente tabla, que muestra cantidades correspondientes a dos magnitudes inversamente proporcionales.***

×4

×2

Precio de un libro (€)	***12***	*24*	*48*	***4***	***16***	*8*
N.º de ejemplares con 48 €	***4***	***2***	***1***	*12*	*3*	***6***

:2

:4

Observa como según va aumentado el precio va disminuyendo el número de ejemplares que podemos comprar.

El producto de los valores de una misma columna es constante:

$$k = 12 \cdot 4 = 24 \cdot 2 = \dots\dots\dots = 48$$

189 Completa las siguientes tablas que relacionan dos magnitudes inversamente proporcionales.

a)

N.º de pintores de un equipo	2			6	8	
Tiempo empleado en pintar la misma casa (h)	48	24	8			32

b)

Caudal de un grifo (L/min)	5	2	10		20	
Tiempo empleado en llenar el mismo depósito (min)		180		60		20

c)

Velocidad de un coche (km/h)	50	80	90		110	
Tiempo en recorrer 500 km (h)		6,2		5		4,2

5 Usa las proporciones inversas

Para calcular el **término desconocido,** x, de una proporción inversa $a \cdot b = c \cdot x$, se sustituyen los términos que se conocen y se despeja el valor de la incógnita.

$$x = \frac{a \cdot b}{c}$$

190 Halla el término desconocido en las siguientes tablas que muestran cantidades correspondientes a magnitudes inversamente proporcionales.

Ejemplo

9	3
5	x

$$9 \cdot 5 = 3 \cdot x \Rightarrow x = \frac{9 \cdot 5}{3} = 15$$

a)

8	4
5	x

b)

10	5
6	x

c)

8	4
3	x

191 ***En una excursión por la montaña, 5 amigos tienen agua para 72 horas. Si se encuentran con 3 excursionistas sin agua y comparten la suya, ¿para cuánto tiempo tendrán agua?***

Pasamos a una tabla los datos del enunciado.

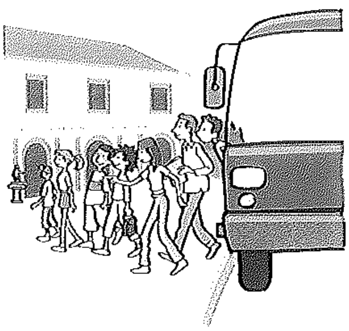
N.º de excursionistas	*5*	*8*
N.º de horas con reservas de agua	*72*	x

Según aumente el número de personas para beber el agua que tienen, menos tiempo les durará. Por tanto, se trata de un caso de proporcionalidad inversa.

$$5 \cdot 72 = 8 \cdot x \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 72}{8} = \boxed{45 \text{ horas}}$$

192 Cada página de un libro de 150 páginas tiene 36 líneas. Si se hace una nueva edición del mismo libro con 30 líneas por página, ¿cuántas páginas tendrá ahora el libro?

193 El profesor de Educación Plástica y Visual ha organizado una visita a un museo. El autobús cuesta 390 euros. Si van 55 alumnos ¿Cuánto le costará a cada uno? ¿Y si van solo 30 alumnos?



194 En la casa de campo de Yolanda hay un depósito de 250 litros de agua que se renueva semanalmente. Esta semana había 5 personas en la casa y le correspondían 50 litros a cada uno. ¿Cuántos litros corresponderán a cada persona cuando sean 7?

195 En la temporada de recogida de las manzanas en Asturias la familia de Víctor ha recogido 3000 kilogramos. Las almacenan en cajas donde caben 20 kilogramos en cada una. ¿Cuántas cajas necesitan para el total de la cosecha?

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO

5. Proporcionalidad

1 Calcula el valor de *x* para que los siguientes pares de valores formen proporción directa.

a) $\frac{15}{21}$ y $\frac{x}{7}$

b) $\frac{x}{20}$ y $\frac{13}{5}$

2 Una máquina fabrica 450 tornillos en 90 minutos.

a) ¿Cuántos tornillos fabrica en un minuto?

b) ¿Y en una jornada de 8 horas?

3 Halla el porcentaje equivalente a cada una de las siguientes fracciones.

a) $\frac{3}{25}$

b) $\frac{52}{80}$

4 En un centro de exámenes hay matriculados 275 chicos, lo que supone un 44% del total. ¿Cuántos matriculados hay en el centro?

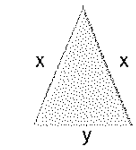
5 Una obra la realizan 18 operarios en 15 días. ¿Cuántos operarios es necesario contratar para hacer el trabajo en 9 días?

6. Expresiones algebraicas y ecuaciones de primer grado

1 Letras y números: expresiones algebraicas

Una **expresión algebraica** es una combinación de números y letras, o solo de letras, unidas por los signos de las operaciones aritméticas.

Ejemplo: El perímetro de un triángulo isósceles se expresa como $2x + y$, donde x es la medida de los lados iguales, e y, la del lado desigual.



196 Efectúa con el contenido de las celdas las operaciones que se indican, como en el ejemplo.

10	**Multiplica**	$5 \cdot 10$		$5 \cdot 10 + 3$		*53*
3	**por**		**Suma 3**		=	
x	**5**					

197 Completa la siguiente tabla.

10		$10 - 3$	**Multiplica**	$2 \cdot (10 - 3)$		*14*
7	**Resta 3**		**por**		=	
x			**2**			

198 Completa la siguiente tabla.

5	**Eleva**	5^2		$5^2 - 5$	**Dobla**	$2 \cdot (5^2 - 5)$		*40*
7	**al**		**Resta 5**		**la**		=	
x	**cuadrado**				**cantidad**			

199 Une mediante flechas los siguientes enunciados con la correspondiente expresión algebraica, donde n representa un número natural.

a) Un número dos unidades menor.

b) El triple del número.

c) El número siguiente.

d) El resultado de sumar al número el anterior y el posterior.

e) El doble del número más uno.

f) Tres veces el resultado de sumar cinco al número.

I. $n + (n + 1) + (n - 1)$

II. $2n + 1$

III. $3n$

IV. $n - 2$

V. $3 \cdot (n + 5)$

VI. $n + 1$

200 Asocia, mediante flechas, cada enunciado con su correspondiente expresión algebraica.

a) El doble de un número más tres.
b) El 35 % de un número.
c) El precio de un libro más el 7 % de IVA.
d) El triple del resultado que se obtiene al restar 1 a un número.
e) El triple del área de un cuadrado más 2.
f) Un número por otro una unidad menor.

I. $0{,}35x$
II. $3x^2 + 2$
III. $x \cdot (x - 1)$
IV. $2x + 3$
V. $x + 0{,}07x$
VI. $3(x - 1)$

201 Describe mediante palabras una situación real que corresponda a los siguientes ejemplos de expresiones algebraicas.

a) $2x + 5$

....

....

....

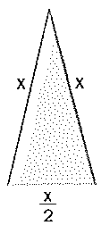
b) $\frac{1}{2}x - 4$

....

....

....

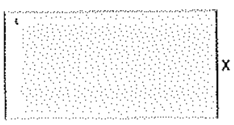
202 ***Escribe una expresión algebraica para indicar el perímetro del triángulo isósceles de la siguiente figura, donde x es el lado del triángulo, y p, el perímetro.***



Llamando p al perímetro, tenemos:

$$p = x + x + \frac{x}{2} = \frac{4x + x}{2} = \boxed{\frac{5x}{2}}$$

203 En un rectángulo se cumple que sus lados mayores tienen doble longitud que los menores. Escribe una expresión algebraica para indicar su perímetro y otra para expresar su área. Expresa el perímetro con la letra p y el área con la letra A, y ten en cuenta que el lado menor es x.



2 Números por letras: valor de una expresión algebraica

Para calcular el **valor numérico** de una expresión algebraica, se sustituyen las letras por números determinados, se opera y se simplifica.

Ejemplo. El valor de $2x + y$ para $x = 3$ e $y = 8$ es $2 \cdot 3 + 8 = 6 + 8 = 14$.

204 Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas de la cabecera de las columnas, para los valores que se dan en las cabeceras de las filas.

	$3x + 2y$	$2xy + x - 3y$	$x^2 - y + 7$
$x = 2$ $y = 5$	$3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 6 + 10 = 16$		
$x = 4$ $y = -2$			

205 Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas de la cabecera de las columnas, para el valor que se da en la cabecera de las filas.

	$x^2 - 5x + 4$	$2x^2 + 3x - 2$
$x = 4$		
$x = -2$		
$x = \frac{1}{2}$		

206 ¿Cuál es el valor de la expresión algebraica $2a^3bc^2 + 3a$ sabiendo que $a = 1$, $b = 2$ y $c = -1$?

207 Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones, para el valor del número que se da en cada caso.

	Valor del número	Valor de la expresión
El triple del número anterior.	*5*	*$3 \cdot (5 - 1) = 3 \cdot 4 = 12$*
a) El doble del número menos 10.	7	
b) El cuadrado del número más su mitad.	8	
c) El cuadrado del número siguiente menos 50.	9	
d) El triple del resultado de restarle 5 unidades al número.	15	
e) El cuadrado del resultado de sumarle 3 unidades.	9	

208 Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas, para los valores de las letras que se dan en cada caso.

Expresión algebraica	Valores	Valor numérico de la expresión
$2 \cdot (x - y)^2$	$x = 15$ $y = 6$	$2 \cdot (15 - 6)^2 = 2 \cdot 9^2 = 2 \cdot 81 = 162$
a) $2x^2 - 2y^2$	$x = 15$ $y = 6$	
b) $x \cdot (2x - 3y)$	$x = 3$ $y = -2$	
c) $\left(\frac{2}{3}x - 6y\right) \cdot x + \frac{2}{3}$	$x = 6$ $y = \frac{1}{2}$	

209 Asocia, mediante una flecha, las expresiones algebraicas de las columnas que tengan el mismo valor numérico para $x = 1$.

a) $x + 5$ — I. $x^2 + 6x + 9$

b) $(x + 3)^2$ — II. $x + 3$

c) $x^2 - x$ — III. $x^2 - 4$

d) $(x + 2) \cdot (x - 2)$ — IV. $2x + 4$

e) $x^3 + x^2 + x + 1$ — V. $x \cdot (x - 1)$

3 Monomios y ¿qué más?

- Un **monomio** es una expresión algebraica en la que las letras solamente están relacionadas por multiplicaciones y potencias de exponente natural.

  Ejemplo: $-2xy^2$

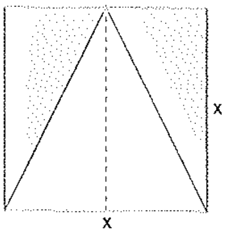
Coeficiente	Parte literal	Grado respecto a x	Grado respecto a y	Grado del monomio
-2	x^1y^2	1	2	$2 + 1 = 3$

- Para que una expresión algebraica con dos monomios unidos por los signos de suma o resta pueda reducirse a otra más sencilla, los monomios deben ser **semejantes**, es decir, debe tener las **partes literales idénticas**.

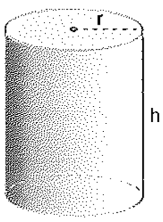
210 Escribe el coeficiente, la parte literal y los distintos grados de los monomios que se dan en la cabecera de las columnas de la siguiente tabla.

Monomio	$5x^2y^3$	$3xy^3$	x^4y^2	$-2x^3y$	$-\frac{3}{5}x^2y^3$
Coeficiente	*5*				
Parte literal	x^2y^3				
Grado respecto a x	*2*				
Grado respecto a y	*3*				
Grado del monomio	$2 + 3 = 5$				

211 Halla el coeficiente, la parte literal y el grado del monomio que da el área de la parte sombreada de la figura. Para el área, utiliza la letra *A*, y para el lado del triángulo, la letra *x*.



212 El volumen de un cilindro es igual al monomio $\pi \cdot r^2 \cdot h$, donde r es el radio de la base, y h, la altura. Calcula el volumen de un cilindro de 2 centímetros de radio y 5 centímetros de altura.



213 Reduce a un solo monomio las siguientes sumas y restas.

Ejemplo $2x - 5x + 4x - 3x = (2 - 5 + 4 - 3) \cdot x = -2x$

a) $3x^2 + 7x^2 =$

b) $2x^3 - 6x^3 =$

c) $4ax + 8ax =$

d) $2x^2 + 3x^2 - 6x^2 =$

214 Simplifica todo lo posible las siguientes sumas y restas de monomios.

Ejemplo $6x^2 + 2x - 3x^2 + 8x = (6 - 3) \cdot x^2 + (2 + 8) \cdot x = 3x^2 + 10x$

a) $3x - 5 - 2x + 8 =$

b) $7x^2 - 3x - 3x^2 =$

c) $4x^2 - x + 3x^2 - 6x^2 + 5x =$

215 Realiza los siguientes productos de monomios, sabiendo que para multiplicar monomios se multiplican los coeficientes y las partes literales.

Ejemplo $(3x^2) \cdot (5x^3) = (3 \cdot 5) \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = 15 \cdot x^5$

a) $4x \cdot 2x =$

b) $2 \cdot (5x^2) \cdot (-3x) =$

c) $3x^2y \cdot 4xy^2 =$

216 Efectúa la suma del paréntesis y, después, la multiplicación.

a) $3x \cdot (5x + 2x) =$

b) $2x \cdot (5x^2 - 3x^2 + x^2) =$

217 Efectúa las operaciones posibles en las siguientes expresiones.

a) $2x^2 + 5y - 4x^2 + 8x^2 - 15y =$

b) $a^2b + ab^2 - 7ab^2 + 3a^2b =$

4 Nuestra vida escrita con letras: traducción algebraica

Para **traducir** un enunciado al **lenguaje algebraico** es necesario:

1.° Leer detenidamente el enunciado y **elegir letras** para representar los objetos.

2.° Expresar las restantes cantidades del enunciado en función de dichas letras.

3.° Escribir las operaciones o relaciones entre las cantidades que indica el enunciado.

218 Encuentra un enunciado o expresión verbal para cada una de las siguientes expresiones algebraicas:

Ejemplo 5n ⇒ *"Si* n *representa un número natural cualquiera,* 5n *representa los múltiplos de cinco."*

a) $n + (n + 1) + (n + 2)$

b) $2n + 1$

c) $2 \cdot (n + 1)$

219 Escribe una expresión algebraica para el enunciado: "Dos números consecutivos suman 25".

220 El doble de un número por el triple del mismo número es 60. Exprésalo algebraicamente.

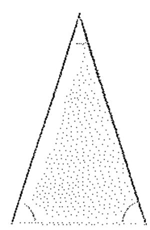
221 ***En un triángulo isósceles, cada uno de los dos ángulos iguales mide el doble que el ángulo desigual. Escribe una expresión algebraica que nos proporcione la suma de los tres ángulos.***

El ángulo desigual lo representamos con la letra $\widehat{A}$.

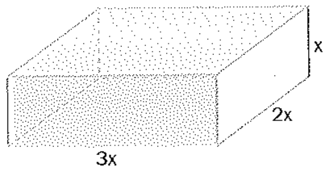
Cada uno de los otros dos ángulos es: $2\widehat{A}$

La suma de los tres ángulos, que es 180°, resulta:

$$\widehat{A} + 2\widehat{A} + 2\widehat{A} = \boxed{5\widehat{A} = 180°}$$



222 Expresa la suma de las áreas de las seis caras del ortoedro de la figura.



223 Partiendo de la edad actual de Juan, *x*, expresa su edad en los siguientes momentos.

Ejemplo La edad que tenía Juan hace 10 años $\Rightarrow x - 10$

a) La que tendrá dentro de 6 años.

b) La edad de su padre, sabiendo que supera en 2 años al triple de la suya actual.

c) La edad de su madre, sabiendo que es el doble de la que Juan tendrá dentro de 6 años.

224 Una empresa comercializa las galletas en cajas y en paquetes. Cada caja contiene 8 paquetes, y cada paquete, 20 galletas. Expresa de forma algebraica las siguientes frases.

a) El peso de un paquete de galletas en términos del de una galleta.

b) El peso de 2 cajas, 5 paquetes y 15 galletas.

225 Un pantalón cuesta 10 euros más que una blusa. Escribe una expresión algebraica que dé el importe de 2 pantalones y tres blusas.

5 ¿Igualdad o ecuación?

- Una **ecuación** es una igualdad con letras y números que es cierta para determinados valores de las letras que aparecen. Las letras se llaman **incógnitas**.

$$\overbrace{3x + 7}^{1.^{er}\text{ miembro}} = \overbrace{2x - 5}^{2.^{o}\text{ miembro}}$$

Términos

- Las **soluciones** de una ecuación son los valores para las letras que hacen que la igualdad sea cierta.

226 ***Decide si las siguientes igualdades son ecuaciones o no.***

a) $x + 5 = 7$

b) $4 - x = x$

c) $3 \cdot (6 + 1) = 18 + 3$

a) *Se trata de una ecuación*, *ya que solo se cumple cuando* $x = 2$, *que es su solución.*

b) *Es una ecuación*, *ya que la igualdad solo se cumple cuando* $x = 2$.

c) *Es una igualdad*, *ya que las dos expresiones numéricas dan el mismo resultado.*

227 Decide si los valores que se dan son soluciones de estas ecuaciones.

Ejemplo $x^2 - 3x - 4 = 0$ *Valor de* $x = -1$

Valor del 1.^{er} *miembro:* $(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 4 = 1 + 3 - 4 = 0$
Valor del 2.^{o} *miembro:* 0

Los valores de los dos miembros son iguales. $x = -1$ *es solución de la ecuación.*

a) $5x - 7 = 2x - 1$ Valor de $x = 2$

b) $x + 3x + 5x = 3^2x$ Valor de $x = 4$

c) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ Valor de $x = -1$

228 Asocia cada ecuación con su solución.

a) $x - 7 = 0$ — I. 5

b) $x^2 - 2x = 3$ — II. 7

c) $3 - 2x = 2x - 17$ — III. 11

d) $5x = 55$ — IV. -1

229 ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones tienen por solución $x = 4$?

Ecuación	Valor del 1.er miembro	Valor del 2.º miembro	¿Solución?
a) $2x - 7 = 5 - x$			
b) $x^2 + 1 = x$			
c) $4x - 15 = 12 - 3x$			
d) $\frac{x}{2} + 2 = 4$			

230 Completa las columnas de la tabla, como en el ejemplo.

	$3 - 4x = 5x - 6$	$3x - 5 = 2 - 4x$	$x^2 + 2x = 8$
1.er miembro	*$3 - 4x$*		
2.º miembro	*$5x - 6$*		
Término en x del 1.er miembro	*$-4x$*		
¿Es solución el número 2?	*No, pues $3 - 8 \neq 10 - 6$*		

231 Completa la siguiente tabla. En los casos en que no se conoce la solución, busca por tanteo una.

Ecuación	Solución	Comprobación
$5x = 15$	3	*$5 \cdot 3 = 15$*
$x - 7 = 0$	7	
$2x - 10 = 0$	5	
$\frac{x}{3} = 6$	18	

Ecuación	Solución	Comprobación
$3x = 18$	6	
$x + 2 = 0$		
$3x - 12 = 0$		
$\frac{2x}{5} = 4$		

6 Resuelve ecuaciones de primer grado

Para resolver ecuaciones de primer grado se aplican las reglas de la suma y del producto *y* se simplifican los términos siempre que se pueda.

– **Regla de la suma.** Si se suma o se resta el mismo número o letra a los dos miembros de una ecuación, resulta otra ecuación equivalente.

En la ecuación $x - 3 = 5$ se suma 3 en los dos miembros:

$$x - 3 + 3 = 5 + 3 \Rightarrow x = 8 \text{ (la solución es 8)}$$

– **Regla del producto.** Si se multiplican o dividen los dos miembros de una ecuación por un número distinto de cero, resulta otra ecuación equivalente.

En la ecuación $\frac{x}{3} = 5$ se multiplican por 3 los dos miembros:

$$3 \cdot \frac{x}{3} = 3 \cdot 5 \Rightarrow x = 15 \text{ (la solución es 15)}$$

Simplificar términos. Consiste en agrupar términos semejantes. Por ejemplo, en la ecuación $2x + 3x = 5$ se suman los términos semejantes:

$$5x = 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot 5x = \frac{1}{5} \cdot 5 \Rightarrow x = 1 \text{ (la solución es 1)}$$

232 ***Resuelve la ecuación $2x + 5 = 11$ dando los pasos indicados a continuación.***

Resta 5 en los dos miembros *(regla de la suma).*	$2x + 5 - 5 = 11 - 5$
Simplifica los términos.	$2x = 6$
Divide entre 2 ambos miembros *(regla del producto).*	$x = 3$

La solución de la ecuación es $\boxed{x = 3}$.

233 Halla la solución de la ecuación $3x - 18 = 0$ siguiendo los pasos que se indican.

Suma 18 en los dos miembros.	
Simplifica los términos.	
Divide entre 3 ambos miembros.	

La solución de la ecuación es ....

234 Resuelve la ecuación $\frac{x}{4} - 2 = 3$.

Suma 2 en los dos miembros.	
Simplifica los términos.	
Multiplica por 4 ambos miembros.	

La solución de la ecuación es ....

235 Halla la solución de la ecuación $8 = 3 + 5x$.

Resta 3 en los dos miembros.	
Simplifica los términos.	
Divide por 5 ambos miembros.	

La solución de la ecuación es ....

236 Determina el valor de x en la ecuación $\frac{3x}{5} + 5 = 11$.

Resta 5 en los dos miembros.	
Simplifica los términos.	
Multiplica por 5 ambos miembros.	
Divide por 3 ambos miembros.	

La solución de la ecuación es ....

237 Resuelve la ecuación $3x - 8 = 12 - 7x$ siguiendo los pasos indicados.

Suma $7x$ en los dos miembros.	
Reduce los términos.	
Suma 8 en los dos miembros.	
Simplifica los términos.	
Divide por 10 ambos miembros.	

La solución de la ecuación es ....

238 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x = 3x - 6$

b) $4 + 3x = 4x + 2$

c) $x - 5 + 3x = 5x - 8$

d) $2x - 4 + 3x = 6x - 2x$

239 *Resuelve la ecuación de primer grado con paréntesis y denominadores* $\frac{8x}{3} = 2 \cdot \left(2 + \frac{x}{3}\right) + x$.

Quitamos los paréntesis.	$\frac{8x}{3} = 4 + \frac{2x}{3} + x$
Quitamos los denominadores (multiplicamos ambos miembros por 3).	$\frac{8x}{3} \cdot 3 = 4 \cdot 3 + \frac{2x}{3} \cdot 3 + x \cdot 3$
Simplificamos términos.	$8x = 12 + 2x + 3x$
Reducimos en un miembro todos los términos con incógnita, y en el otro, todos los términos numéricos.	$8x - 2x - 3x = 12$
Simplificamos y despejamos x.	$3x = 12 \Rightarrow x = 4$

La solución de la ecuación es $\boxed{x = 4}$.

240 Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis.

a) $2x - 3 \cdot (2 - x) = 8 - (5x + 1)$

b) $4 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = 5 \cdot \left(\frac{x}{5} + 2\right)$

241 Resuelve las siguientes ecuaciones en las que aparecen denominadores.

a) $\frac{2x - 3}{5} = 3$

b) $\frac{5x - 2x}{4} + 1 = 7$

c) $\frac{3}{2} - 2x = 3x - \frac{9}{2}$

d) $2x - \frac{x}{3} = 15$

242 *Resuelve la siguiente ecuación con paréntesis y distintos denominadores.*

$$x - 3 \cdot \left(\frac{x}{5} + \frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2} - x$$

Quitamos los paréntesis.	$x - \frac{3x}{5} - \frac{9}{2} = \frac{5}{2} - x$
Quitamos los denominadores (multiplicamos ambos miembros por 10, que es el m.c.m. de los denominadores).	m.c.m.(2,5) = 10 $10x - 6x - 45 = 25 - 10x$
Reducimos en un miembro todos los términos con incógnita, y en el otro, todos los términos numéricos.	$10x - 6x + 10x = 25 + 45$
Simplificamos y despejamos.	$14x = 70 \Rightarrow x = \frac{70}{14} = 5$

La solución de la ecuación es $\boxed{x = 5}$.

243 Resuelve las ecuaciones siguientes.

a) $5 - 3 \cdot [x - (2x - 3)] = 4 \cdot (x - 3)$

b) $\frac{x}{2} - \frac{2x}{3} + \frac{x}{4} = 3$

c) $\frac{x}{5} + \frac{x - 1}{3} + 1 = \frac{x - 4}{3}$

d) $2x - \frac{x}{5} = \frac{x}{4} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{x}{2}\right)$

7 ¿Problemas? Plantea una ecuación

Los pasos que se deben seguir para **resolver un problema mediante una ecuación** son:

1.º Se identifican los datos conocidos y se elige la incógnita.

2.º Se plantea una ecuación que relaciona los datos y la incógnita.

3.º Se resuelve la ecuación.

4.º Se interpreta el resultado y se comprueba la solución obtenida.

244 ***Dos números se diferencian en 13 unidades y su suma es 47. Halla dichos números.***

Representamos uno de los números con la letra x.

El otro número será $x + 13$.

Establecemos la ecuación que los relaciona: $x + x + 13 = 47$.

Resolvemos la ecuación: $2x + 13 = 47$

$$2x = 47 - 13 = 34$$

$$\boxed{x = \frac{34}{2} = 17}$$

Interpretamos la solución:

El primer número será $\boxed{17}$*, y el segundo,* $\boxed{30}$.

245 Un número más su mitad es igual al doble del número menos 6 unidades. ¿De qué número se trata?

246 La suma de cuatro números naturales consecutivos es igual al triple del mayor de ellos. Calcula dichos números.

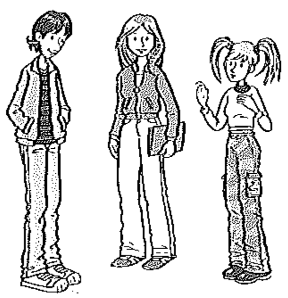
247 ***María tiene 4 años más que sus hermanos Luis y Pedro, que son mellizos, y cuando ella nació, su madre tenía 26 años. Sabiendo que la suma de las edades de María, Luis y Pedro es igual a la edad actual de su madre, calcula la edad de María.***

Representamos la edad de María con:	n
Edad de los mellizos:	$n - 4$
Edad de su madre:	$n + 26$
Planteamos la ecuación:	$n + (n - 4) + (n - 4) = n + 26$
Resolvemos la ecuación:	$3n - 8 = n + 26 \Rightarrow 2n = 34 \Rightarrow n = 17$

Interpretamos el resultado: $\boxed{\textit{María tiene 17 años.}}$

248 El padre de Estefanía tiene 45 años, y su edad sobrepasa en 6 años al triple de la de su hija. ¿Cuántos años tiene Estefanía?

249 Raquel tiene 2 años menos que Rafael y 3 más que Alba. Dentro de 2 años, las edades de los tres sumarán 50. ¿Qué edad tiene cada uno?



250 Sabiendo que un pantalón cuesta 10 euros más que una blusa y que he pagado 230 euros por 2 pantalones y 3 blusas, ¿cuál es el precio de cada prenda?

251 ***Dos coches del mismo modelo parten de viaje con el depósito de gasolina lleno. El primero en regresar lo hace con 48 litros de gasolina en el depósito, y el segundo, con 32. Si el primero ha gastado la mitad que el segundo, ¿qué capacidad tiene el depósito?***

Representamos la capacidad del depósito con x.

Gasto del primero: $x - 48$

Gasto del segundo: $x - 32$

Relación entre las últimas cantidades: $x - 48 = \dfrac{x - 32}{2}$

Resolvemos la ecuación: $2 \cdot (x - 48) = x - 32 \Rightarrow 2x - x = 96 - 32 \Rightarrow \boxed{x = 64\ L}$

252 Luisa tiene el doble número de billetes de 5 euros que de monedas de 1 euro, y tantas monedas de 2 euros como número de billetes de 5 euros y monedas de 1 euro juntos. Si en total tiene 36 unidades entre billetes y monedas, ¿cuántas tiene de cada tipo? ¿Cuántos euros tiene?

253 Reparte 18 000 euros entre tres personas de manera que la segunda reciba un 20 % más que la primera, y la tercera, un 40 % más que la primera.

254 El lado menor de una finca rectangular es igual al 60 % del lado mayor, y su perímetro es de 256 metros. Calcula sus lados.

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO

6. Expresiones algebraicas y ecuaciones de primer grado

1 **Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas, para los valores de las letras que se dan en cada caso.**

a) $2x \cdot (3x - 2y)$, para $x = -2$, $y = 3$

b) $\left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{4}\right) \cdot x - \frac{1}{3}$, para $x = 2$

2 **Reduce a dos monomios las siguientes sumas y restas de monomios.**

a) $2x - 4 - 3x + 9 =$

b) $5x^2 - 8x - 3x^2 + 2x =$

3 **Asocia, mediante una flecha, el enunciado en lenguaje ordinario con la correspondiente expresión algebraica, tomando como referencia la edad actual de Belén.**

a) Edad de Belén.

b) La edad que tenía hace 7 años.

c) La que tendrá dentro de 7 años.

d) La edad de su padre, sabiendo que es cuatro veces mayor.

e) La edad de su madre, sabiendo que es el doble de la que Belén tenía hace 7 años.

I. x

II. $4x$

III. $2 \cdot (x - 7)$

IV. $x - 7$

V. $x + 7$

4 **Resuelve la ecuación de primer grado** $x - 3 \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{2} - x$

5 **En el triángulo *ABC*, el ángulo $\widehat{B}$ mide el doble que el ángulo $\widehat{A}$, y el ángulo $\widehat{C}$ mide 20° más que el ángulo $\widehat{B}$. ¿Cuánto mide cada ángulo?**